

**Instituto Fray Mamerto Esquiú**  
**Escuela Secundaria Básica**  
**Matemática**  
**Primer año**  
**Ciclo Lectivo 2017**



# **MATEMÁTICA**

**1**  
**A, B y C**

**Prof. Virginia Bosso**

**Prof. Virginia Penedo**



UNIDADES	CONTENIDOS	BIBLIOGRAFÍA
<b>1. Números naturales</b>	1.1 Las cuatro operaciones básicas y sus propiedades. 1.2 Potenciación y radicación. Propiedades 1.3 Lenguaje coloquial y simbólico 1.4 Ecuaciones. 1.5 Propiedad distributiva en ecuaciones 1.6 Ecuaciones con potencias y raíces. 1.7 Múltiplos y divisores 1.8 Criterios de divisibilidad 1.9 Números primos compuestos y coprimos. 1.10 Factorio de un número. 1.11 MCM y DCM 1.12 Problemas	Material de consulta: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Trabajos teórico - prácticos utilizados durante el año.</li> <li>• Evaluaciones tomadas</li> </ul> Libros de consulta: Se invita a los alumnos a consultar cualquier libro de Matemática de primer año / séptimo grado como así también el uso de internet.
<b>2. Ángulos y polígonos</b>	2.1 Ángulos cóncavos y convexos. Clasificación 2.2 Sistema sexagesimal y medición de ángulos. 2.3 Relaciones entre ángulos 2.4 Figuras planas. Triángulos, cuadriláteros y polígonos. Clasificación y propiedades. Suma de ángulos interiores y exteriores	
<b>3. Perímetros y superficies</b>	3.1 Unidades de longitud 3.2 Perímetro. Concepto. Perímetro de figuras planas. 3.3 Superficie y área. concepto 3.4 Unidades de superficie 3.5 Superficie en figuras planas. Fórmulas Figuras circulares. Longitud de la circunferencia y áreas.	
<b>4. Fracciones y números decimales</b>	4.1 Concepto de fracción. Clasificación. Fracciones equivalentes. Distintas representaciones. Comparación de fracciones. 4.2 Operaciones básicas entre fracciones. Potenciación y radicación. Operaciones combinadas. 4.3 Ecuaciones con fracciones. Pasajes entre el lenguaje coloquial y simbólico 4.4 Números decimales. Operaciones básicas. Potenciación y radicación. Pasaje de número decimal a fracción y de fracción a número decimal. Cálculos combinados- 4.5 Porcentaje aumentos y disminuciones porcentuales.	
<b>5. Funciones. Proporcionalidad</b>	5.1 Ejes cartesianos. Variables. 5.2 Interpretación de gráficos 5.3 Proporcionalidad directa como función 5.4 Proporcionalidad inversa 5.5 Problemas de proporcionalidad.	
<b>6. Estadística y probabilidad</b>	6.1 Poblaciones muestras y variables 6.2 Frecuencia relativa, absoluta y porcentual. 6.3 Promedio, moda y mediana 6.4 Gráficos estadísticos. 6.5 Sucesos aleatorios 6.6 Probabilidad simple. 6.7 Cálculos combinatorios	

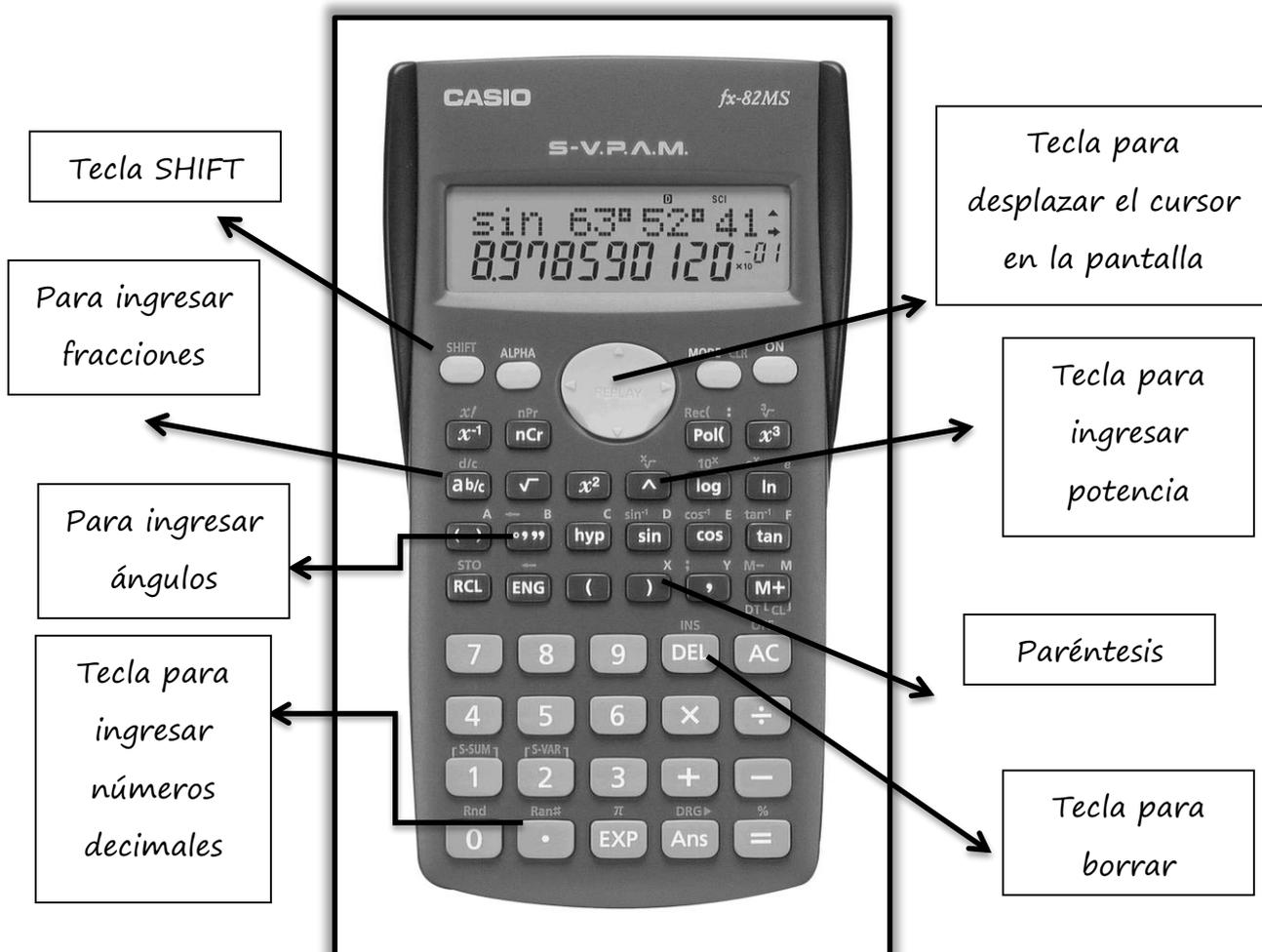


### Utilización de la calculadora

En este apartado aprenderás nociones básicas sobre cómo utilizar la calculadora. En principio debemos conocer las diferentes partes que la componen y entender para qué sirve cada tecla.

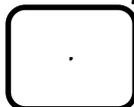
Empecemos:

La calculadora tiene dos paneles de teclas, uno numérico (las teclas grises, que utilizás para hacer cálculos simples) y la parte de las diferentes funciones (teclas negras) las cuales que hacen que sea científica. Del segundo panel en este año no vamos a utilizar todas, pero te vamos a contar lo que te servirá en primero. Por ejemplo:



Primera aclaración: en la calculadora la coma y el punto tienen significados inversos. Es decir si hacemos la cuenta  $2 \times 800$  en la calculadora aparece 1,600 y esa coma indica el punto de unidad de mil. En sentido inverso, si por ejemplo hacemos la cuenta  $5:2$  en resultado que

aparece en el visor será 2.5 y eso significa “dos coma cinco”. De la misma manera para ingresar por ejemplo el número 1236 no se utiliza el punto, y para ingresar el número decimal 3,45 utilizamos como “coma” la tecla



Veamos en primer lugar cómo se hacen cálculos simples, por ejemplo la operación combinada:

$$[3 + 5 \cdot (2 + 7)] - 2$$

En primer lugar identifiquemos las teclas



ubicadas en el panel superior.

La calculadora no posee ni corchetes ni llaves, pero los diferentes paréntesis que vamos a colocar, los entiende como llaves corchetes y paréntesis, de afuera hacia adentro.

Si queremos realizar la cuenta anterior en la calculadora tendremos que ingresar en el orden que están establecidos los cálculos y poner paréntesis en todos los casos. En el visor de la calculadora aparecerá:

$$(3+5 \times (2+7))-2$$

### Cálculo de potencias en la calculadora

Para calcular potencias con cualquier base y cualquier exponente natural, identifiquemos en primer lugar la tecla



Esta tecla significa “elevado a”. Entonces, si por ejemplo queremos calcular  $3^4$  ingresaremos en la calculadora



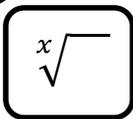
El resultado que arroja la calculadora es 81.

Identifiquemos ahora dos teclas fundamentales, están ubicadas en la parte superior derecha: son las teclas SHIFT y ALPHA. Si observás lo que está escrito encima de cada tecla en el panel superior de la calculadora, notarás que hay cosas escritas en color rosa y otras en color amarillo. Bien, la tecla SHIFT activa todas las funciones escritas en amarillo y la tecla ALPHA las escritas en rosa.

Por ejemplo: si tocás la tecla ALPHA y luego la tecla (-) aparece en la pantalla una letra A, porque es lo que está escrito en rosa encima de esa tecla. ¡¡Cuidado!! Este ejemplo es para que entiendas cómo se usa pero no juegues a escribir palabras porque se puede desconfigurar la calculadora.

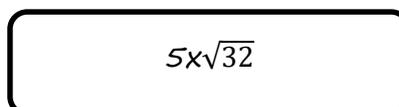
Vamos a lo importante; la tecla SHIFT. Dijimos que activaba todas las funciones en amarillo, entonces:

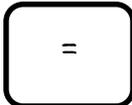
Si por ejemplo querés calcular  $\sqrt[5]{32}$  tocando las teclas en forma directa no vas a poder porque sólo aparece la raíz cuadrada.

Si observás la tecla  (la que usabas para calcular potencias) en la parte superior tiene escrito en amarillo.  Como el índice en este caso es 5 vas a ingresar



En el visor de la calculadora aparecerá:



Si apretás la tecla  te aparece el resultado 2

¿se entendió? ¡Bien! Ahora probá calcular otras raíces como por ejemplo:

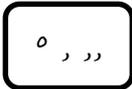
$$\sqrt[4]{64} =$$

$$\sqrt[6]{1} =$$

$$\sqrt[4]{81} =$$

### Sistema sexagesimal

Veamos ahora cómo ingresar ángulos en la calculadora. Ubiquemos entonces la tecla 

Ingresemos por ejemplo en ángulo  $35^\circ 28' 33''$ . Para ello debemos ingresar el número 35 y apretar la tecla mencionada. En el visor de la calculadora aparecerá  $35^\circ$ . Bien ahora sin borrar nada ingresemos los minutos, podremos 28 y apretaremos nuevamente la tecla 

En el visor de la calculadora aparecerá  $35^{\circ} 28^{\circ}$ . La calculadora entiende que la segunda vez que apretamos esa tecla estamos ingresando los minutos. Repetimos el procedimiento para ingresar los segundos. Ahora podemos ver en el visor  $35^{\circ} 28^{\circ} 33^{\circ}$  y ese es el ángulo en cuestión. A partir de eso podemos realizar operaciones, calcular su complemento, suplemento, etc.

### Ingreso de fracciones

Llegó lo más esperado, ¡¡¡este año no te vas a equivocar en ninguna cuenta con fracciones!!! Excepto que uses mal la calculadora ... pero ese es otro problema.

Identifiquemos la tecla . Esta tecla funciona de la misma manera

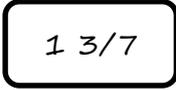
que la raya de la fracción. Entonces si por ejemplo querés ingresar la fracción  $\frac{5}{6}$

vas a hacer 5  6.

En el visor de la calculadora te aparecerá  $5 \rightarrow 6$ .

Aquí viene lo más divertido. Ahora vas a poder simplificar una fracción con sólo apretar una tecla.

Por ejemplo: ingresá la fracción  $\frac{20}{45}$  y luego apretá la tecla igual. ¡Listo! Lo que te aparece en el visor es la fracción simplificada.

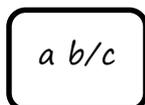
Según como sea la fracción que ingreses al simplificarla puede aparecer otra cosa. Por ejemplo, si ingresás la fracción  $\frac{10}{7}$  y simplificarla aparece en la calculadora . Eso significa que la calculadora la está expresando

como número mixto por ser una fracción mayor a la unidad (impropia). Si queremos volver a verla como fracción impropia apretamos las teclas

a partir de esto podemos realizar todos los cálculos que queramos.



Para pasar una fracción a números decimal la ingresás, apretás la tecla igual y luego



*¿Se entendió? Ahora tomate tu tiempo para practicar, inventá cálculos y resólvelos. Eso sí, nunca toque ninguna tecla si no sabés para qué sirve porque la calculadora científica tiene diferentes modos de trabajo y si se cambia de modo por error, nada de lo explicado anteriormente puede te dará igual.*

*¡Un universo nuevo te espera!*



## EJE TEMÁTICO

Introducción al álgebra:

ECUACIONES



# ¿Cómo mantener el equilibrio?



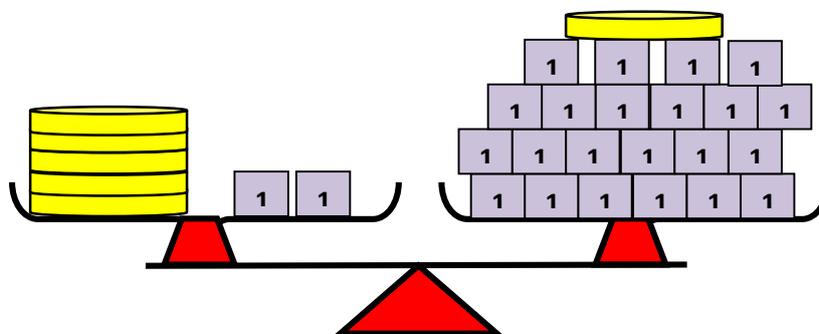
## Debate de Ideas

Balanza, instrumentos.

Medición, comparación, equilibrio, igualdad.

## ➔ ¡Desafío!

A) La siguiente balanza está en equilibrio. En ella se colocaron discos  y pesas de 1 kg . El peso de los discos no se conoce, pero todos pesan lo mismo.



a) ¿Cuánto pesa cada disco?.....

b) Registrar los pasos que llevaron a cabo para hallar el peso de cada disco.....

.....

.....

.....

.....

.....

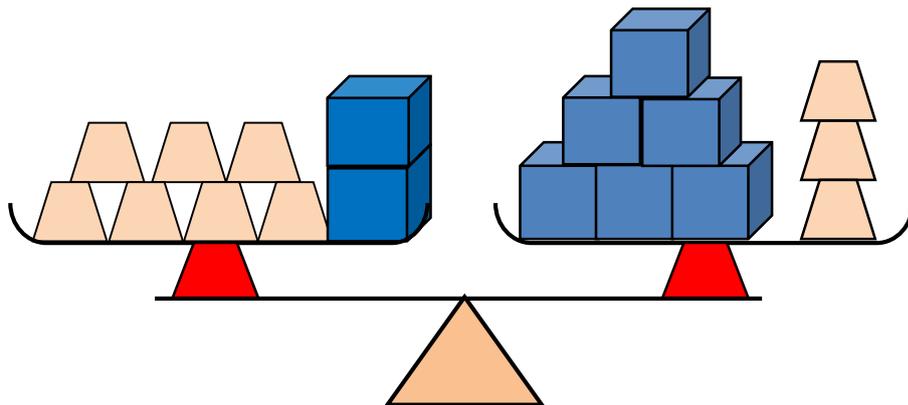
c) Subrayar cuáles de las siguientes acciones mantendría la balanza en equilibrio:

- 1) Pasar un disco del lado izquierdo al lado derecho.
- 2) Quitar un disco de ambos lados.
- 3) Cambiar un disco por una pesa de 1 kg en el lado derecho.
- 4) Quitar el mismo número de pesas de 1 kg en ambos lados.

5) Quitar una pesa de 1 kg en ambos platillos de la balanza.

**Conclusión: para mantener el equilibrio en la balanza.....**  
 .....

B) Hallar el peso de cada , sabiendo que la balanza está equilibrada.



Cada caja pesa:.....

Hasta ahora, hemos usado dibujos para representar una situación de equilibrio. Pero la misma puede escribirse con palabras. En el caso B), por ejemplo:

$7 \text{ kg} + 2 \text{ cajas} = 6 \text{ cajas} + 3 \text{ kg}$   
 $7 \text{ kg} + 2 \text{ c} = 6 \text{ c} + 3 \text{ kg}$   
 $7 \text{ kg} + 2 \text{ c} - \dots = 6 \text{ c} + 3 \text{ kg} - \dots$   
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

Utilizamos símbolos (palabras y números) para indicar los elementos de la balanza, y letras para abreviar las palabras.  
 Aplicamos propiedades de las operaciones  
 Propiedad..... y  
 Propiedad.....  
 .....  
 .....  
 Una caja pesa.....

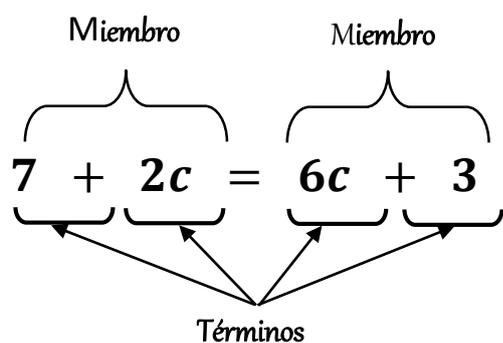
- Traducir al lenguaje simbólico, la situación del ítem A) para hallar el peso de un disco.
- Comparar los resultados hallados.

Al utilizar el lenguaje simbólico para resolver una situación, estamos planteando una ECUACIÓN.

Una ECUACIÓN es una igualdad, en la que hay un valor desconocido, llamado INCÓGNITA. Resolver la ecuación es hallar el único valor de la incógnita que cumple con dicha igualdad.

La incógnita se simboliza con una letra, por lo general utilizamos la equis (x), pero puede ser cualquier letra del abecedario.

Analicemos la estructura de la ecuación de nuestro ejemplo:



- ✓ El signo igual (=) divide la estructura en dos miembros.
- ✓ Cada miembro está dividido en términos; separados entre sí por signos de más (+) o de menos (-).
- ✓ La cantidad de términos de un miembro puede variar; no es fija.
- ✓ Hay términos que poseen la incógnita y otros que no.

### ¡Muy Importante!

Cuando resolvemos, y comenzamos a aplicar las propiedades, debemos decidir qué término nos conviene cancelar; porque, si no lo pensamos, puede ocurrir que no podamos realizar las operaciones. Por ejemplo:

$$\begin{aligned}
 7 + 2c &= 6c + 3 \\
 7 + 2c - 6c &= 6c + 3 - 6c \\
 7 + 2c - 6c &= 3 \\
 7 - 7 + 2c - 6c &= 3 - 7 \\
 2c - 6c &= 3 - 7
 \end{aligned}$$

Tomé la decisión de aplicar propiedad uniforme y cancelar el término  $6c$ , pero como se advierte en el miembro de la izquierda, la operación  $2c - 6c$  No tiene solución en  $\mathbb{N}$ . Lo mismo ocurre con  $3 - 7$ .

A continuación se analizarán una serie de ecuaciones que van aumentando su complejidad, a medida que incorporamos operaciones.



Se caracteriza porque varía la cantidad de términos que poseen la incógnita, pero sólo presenta operaciones de suma y resta. Y, al final, una multiplicación.

Ejemplos:

<p>a) <math>4x - 5 = 19</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>b) <math>x + 3 + 7x = 39 - 4x</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>c) <math>15 - 2x + 4x = 9x - 13</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
--	---	---



Se caracteriza porque incluye la propiedad distributiva de la multiplicación y de la división. A veces, es necesario separar en términos. También aparecen operaciones combinadas.

Ejemplos:

<p>a) <math>4 \cdot (x - 10) = 72</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>b) <math>3 \cdot (x + 1) + 2 \cdot (2x + 3) = 44</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
<p>c) <math>17x - 5 = 5 \cdot (2x + 1) - 3</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>d) <math>36 + 59 = (2x + 10) : 2</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>

e) $4^2 + 9x + \sqrt{4} = 16 \cdot 5 + 2 + 7x$	f) $6x + 343 : 7^2 - x = (2^2 + 1) : 5 + 14 + 3x$
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....
.....	.....

## Pasaje de lenguaje coloquial a simbólico.

Lucas tiene  
cinco años más  
que Manuel

$$M + 5 = L$$

Para plantear una ecuación a partir de una situación, se debe tener en cuenta lo siguiente:

- ✓ Leer atentamente el problema para identificar lo que se pregunta.
- ✓ Identificar la incógnita y asignarle una letra.
- ✓ Establecer la relación entre la incógnita y los otros datos del problema.
- ✓ Plantear la ecuación, teniendo en cuenta todos los datos.

➤ A modo de ejemplo:

Lenguaje coloquial	Lenguaje simbólico
<p>“Romina reparte 51 manzanas en tres bolsas. La primera bolsa tiene 9 manzanas más que la tercera; y la segunda bolsa tiene seis manzanas menos que la tercera. ¿Qué cantidad de manzanas contiene cada bolsa?”</p>	<p>¿Cuál es la incógnita en esta situación? .....</p> <p>La nombramos con una letra. Por ejemplo:.....</p> <p>.....</p> <p>¿Cómo se expresa la cantidad de manzanas de la primera bolsa? .....</p> <p>.....</p> <p>¿Cómo se expresa la cantidad de manzanas de la segunda bolsa? .....</p> <p>.....</p> <p>¿Qué expresión representa toda la situación? .....</p> <p>.....</p>
<p>Resolver la ecuación planteada:.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	
<p>Indicar la respuesta del problema:.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	

Completar el siguiente cuadro, en el que se relaciona el lenguaje coloquial con el simbólico. (Prestar atención al orden en que se mencionan las operaciones en el enunciado).

<i>Con palabras decimos:</i>	<i>En símbolos</i>	<i>Ejemplo x = 10</i>
Un número cualquiera desconocido	$x$	10
El consecutivo, sucesor o siguiente de un número		$10 + 1 = 11$
	$x - 1$	$10 - 1 = 9$
Un número aumentado en 3 unidades		$10 + 3 = 13$
	$x + 3$	$10 + 3 = 13$
	$x - 5$	
La diferencia entre un número y 5		
La suma de un número y su consecutivo		
	$x + (x - 1)$	
El doble de un número		
	$3 \cdot x$	
Ocho veces un número		
Un número par		
	$2 \cdot x + 1$	
El duplo de la suma entre un número y 3		
La suma entre el doble de un número y 3		
	$4 \cdot x - 5$	
El cuádruple de la diferencia entre un número y 5		
La mitad de un número		
	$x : 3$	
La cuarta parte de un número		
El cociente entre un número y 6		
La mitad de la suma entre un número y 2		
	$x : 2 + 2$	
La quinta parte de la diferencia entre un número y 3		
	$x : 5 - 3$	
El cociente entre la suma de 4 y un número y 5		



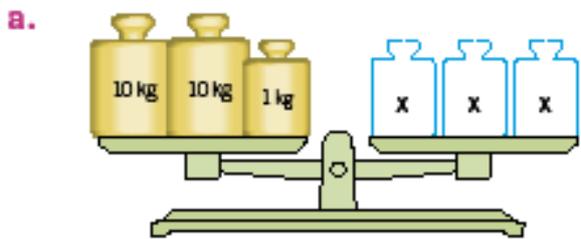
Se caracteriza porque la incógnita está afectada por potenciación y/o radicación. Se separa en términos, si es necesario, y se combinan todas las operaciones.

Ejemplos:

<p>a) <math>x^2 = 9</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>b) <math>5 \cdot x^3 = 1.080</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>c) <math>3 \cdot x^4 + 6 = 54</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
<p>d) <math>(x - 5)^2 = 36</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>e) <math>(4x)^5 - 14 = 248.818</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>g) <math>5(3 + 2x)^2 + 18 = 143</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
<p>h) <math>\sqrt{x} = 5</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>i) <math>\sqrt[4]{4x} = 2</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>j) <math>\sqrt[3]{2x + 1} = 3</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>
<p>k) <math>6 \cdot \sqrt{\frac{2}{5}x} = \frac{24}{5}</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>l) <math>6 \cdot \sqrt{\frac{2}{5}x} - 3 = 0</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	<p>m) <math>7 + 4 \cdot \sqrt[3]{2x - 5} = 19</math></p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>

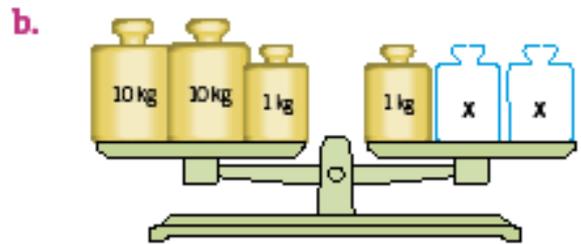
## Guía de Trabajos prácticos N°1

1) En las siguientes figuras, plantear la ecuación y hallar el valor de la incógnita.



Ecuación ▶ \_\_\_\_\_

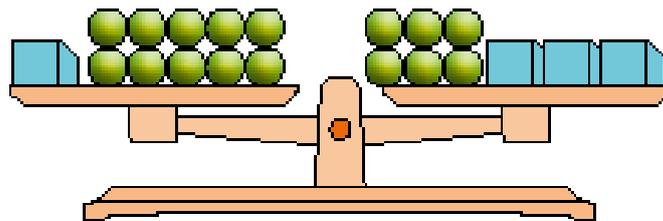
x =



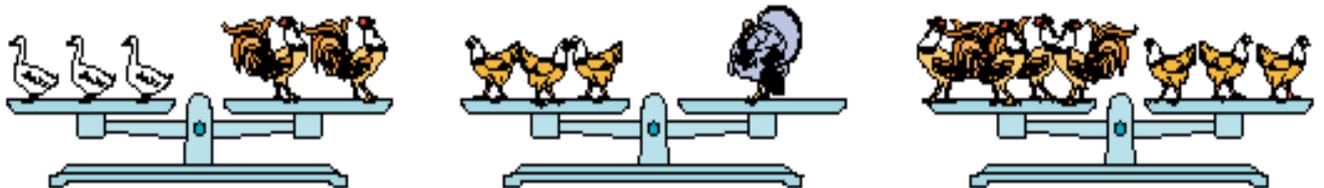
Ecuación ▶ \_\_\_\_\_

x =

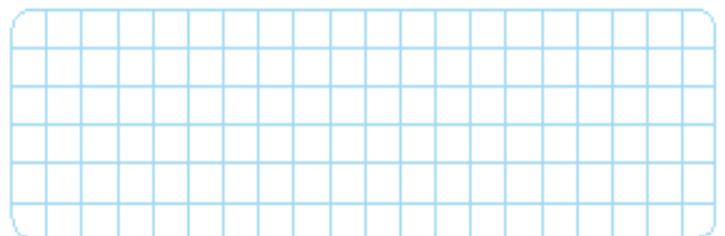
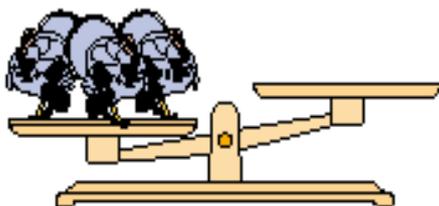
2) En la siguiente balanza en equilibrio, cada esfera pesa 6 kg. Hallar el peso de cada caja.



3) Observar las tres balanzas en equilibrio. En ellas, puedes ver patos, gallos, gallinas y un pavo. Luego responde la pregunta.

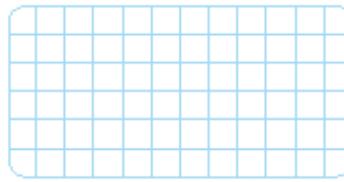
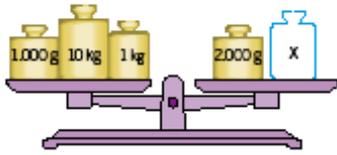


• ¿Cuántos patos deberán ponerse en el platillo de la derecha para que la balanza se equilibre?



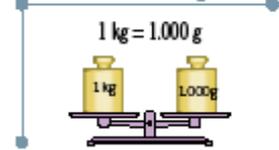
4) Resolver.

a.

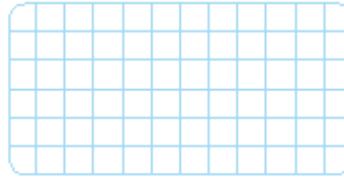
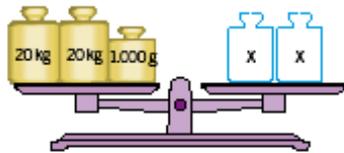


► ¿Es cierto que  $x = 10$  g?

Recuerda que...



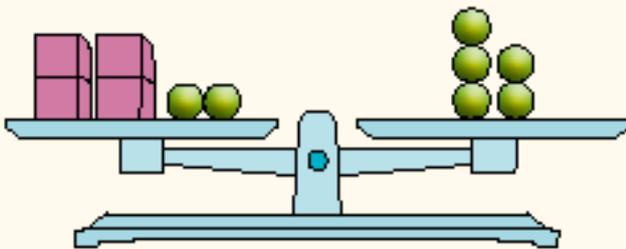
b.



► ¿Es cierto que  $x = 20$  kg?

5) Plantear y responder.

En la siguiente balanza en equilibrio, se sabe que cada  representa 3 kg.



• Escribe la ecuación representada en la balanza.

¿Cuál es el peso de? 

6) Resolver las siguientes ecuaciones. Realizar la verificación correspondiente.

a)  $x + 2 = 3$

e)  $435 + x = 786$

i)  $2x = 12$

o)  $x : 3 = 12$

b)  $x - 2 = 3$

f)  $128 - x = 62$

j)  $12x = 2$

p)  $x : 5 = 20$

c)  $x + 144 = 298$

g)  $397 - x = 105$

k)  $x \cdot 4 = 48$

q)  $2x : 5 = 20$

d)  $x - 158 = 79$

h)  $32 - x = 11$

l)  $48x = 12$

r)  $3x : 4 = 10$

m)  $2x = 3$

s)  $\frac{5x}{8} = 12$

n)  $7x = 5$

t)  $\frac{7}{3}x = 4$

7) Resolver las siguientes ecuaciones. Realizar la verificación correspondiente.

a)  $2x + 2 = 8$

j)  $x : 7 + 49 = 72$

p)  $3x : 5 - 28 = 32$

b)  $2x - 2 = 8$

k)  $223 + x : 5 = 269$

q)  $5x : 3 - 28 = 32$

c)  $3x + 15 = 24$

l)  $440 = 326 + x : 2$

r)  $405 = \frac{2x}{7} + 377$

d)  $128 + 3x = 224$

m)  $\frac{x}{8} + 45 = 98$

s)  $56 = 48 + \frac{4}{3}x$

e)  $546 - 5x = 421$

n)  $76 + \frac{x}{6} = 81$

f)  $348 = 206 + 2x$

g)  $769 = 419 + 5x$   
 h)  $4x - 12 = 13$   
 i)  $32 + 3x = 42$

o)  $304 = \frac{x}{3} - 12$

t)  $65 + \frac{1}{6}x = 72$   
 u)  $\frac{14}{9}x - 4 = 24$

8) Plantear y resolver.

a. Un número aumentado en 5 es igual a 12.

Ecuación ▶ \_\_\_\_\_

b. El triple de un número es igual a 24.

Ecuación ▶ \_\_\_\_\_

c. El doble de un número es igual a 120.

Ecuación ▶ \_\_\_\_\_

d. Al disminuir en 5 unidades un número, se obtiene 2.

Ecuación ▶ \_\_\_\_\_

e. La mitad de un número es igual a 6.

Ecuación ▶ \_\_\_\_\_

f. Un número aumentado en 2 es igual a 11.

Ecuación ▶ \_\_\_\_\_

9) Resolver las siguientes ecuaciones. Realizar la verificación correspondiente.

a)  $2x + x + 4x = 63$

h)  $4x + 75 = 13x + 3$

n)  $x + 2 = 3 - 2x$

b)  $x + x + 3x = 55$

i)  $4x + 3 = 2x + 5$

o)  $2x + 5 - x = 5 - 2x + 6$

c)  $36 = 6x + 4x - x$

j)  $x + 10 = 5x + 2$

p)  $5x + 7 + x = 5 + 2x + 5$

d)  $54 + x = 7x$

k)  $\frac{3}{2}x + 1 = x + 2$

q)  $3x + x + 7 = 9 - 8x$

e)  $3x + 10 = x + 18$

l)  $3x + 5 = 6 - 2x$

r)  $7x = 12 - x + 5x - x$

f)  $4x - 5 - x = 13 - 2x$

m)  $2x + 2 = 3 + x$

s)  $\frac{5}{2}x + 4 = 8 - \frac{x}{2}$

g)  $25 - 6x = 2x - 12$

10) Resolver las siguientes ecuaciones. Realizar la verificación correspondiente.

a)  $3 + x = \sqrt{25 - 16}$

h)  $10x + 15 + 4 = 37 + 4x$

b)  $5x - 2^2 = \sqrt{36}$

i)  $4^2 + 7x + \sqrt{4} = 16 \cdot 5 + 2 - 9x$

c)  $x \cdot (4 + 5^0) = 5^3$

j)  $6x - 6 + 3x = 3x + 6$

d)  $\sqrt{9} + x : 3 = 32$

k)  $2x + x + 11 = 3x + 5x - 49$

e)  $5 + x : 2 = 28 : 4$

l)  $16 + 5 \cdot 6 + 3x = 9x + 45 - 5x$

f)  $6x + 3x + 7 \cdot 3 = 5 + 35 \cdot 2$

m)  $6x + 343 : 7^2 - x = (2^2 + 1) : 5 + 14 + 3x$

g)  $3x + 5^0 + x = 2^5 + \sqrt[3]{1}$

n)  $4x + 1^5 + 6x + \sqrt[3]{8} : 2 = \sqrt{100} + 8x$

11) Resolver las siguientes ecuaciones aplicando propiedad distributiva de la multiplicación y división.

a)  $2(x + 2) = 6$

g)  $2(3 - x) = 5x - 8$

m)  $(x - 2) : 5 = \frac{1}{2}$

b)  $3(4 - x) = 6$

h)  $5(3 - 2x) = 6 + 5x$

n)  $\frac{x + 1}{2} = 5$

c)  $(x - 2) \cdot 2 = x + 1$

i)  $3(x + 2) = 6x - 3 + x$

o)  $\frac{4x + 1}{3} = 2$

d)  $2(x + 1) = 3x$

j)  $2 + 3(1 - 2x) = 2(2 + 3x) - 3$

p)  $\frac{4}{3}x + 1 = 2$

e)  $3(2 - x) = 2 + x$

k)  $3(6x + 5) = 3x + 9 + 2(8 - x)$

q)  $\frac{2x + 4}{3} = \frac{x}{6} + 3$

f)  $4 + 2x = (3 - 2x) \cdot 2$

l)  $2(2x - 9) + 4(x - 1) = 6x + 5$

12) En las siguientes situaciones, identificar la incógnita, plantear la ecuación y resolver.

a. Andrés tiene 3 veces la cantidad de dulces que tiene María. Si ella tiene 18 dulces, ¿cuántos dulces tiene Andrés?

Incógnita ▶ \_\_\_\_\_

Ecuación ▶ \_\_\_\_\_

b. Pedro tiene \$ 5.500. Si José tiene \$ 2.300 más que Pedro, ¿cuánto dinero tiene José?

Incógnita ▶ \_\_\_\_\_

Ecuación ▶ \_\_\_\_\_

c. Juan compra 12 cuadernos con \$ 8.000 recibiendo de vuelto \$ 200. ¿Cuál es el precio de un cuaderno si todos valen lo mismo?

Incógnita ▶ \_\_\_\_\_

Ecuación ▶ \_\_\_\_\_

13) Marcar con una X el casillero cuya expresión represente el enunciado dado. Luego redacta los otras dos y explica la diferencia.

a. El doble de un número (n) aumentado en 5 es igual a 20.

$2n + 5 = 20$

$2(n + 5) = 20$

$2 + n + 5 = 20$

b. Juan es 8 años mayor que Ana. Si entre ambos suman 28 años, ¿qué edad tiene Ana?

x: cantidad de años de Ana.

$x + 8 = 28$

$x + x + 8 = 28$

$x + 8 + 8 = 28$

c. La masa de una pelota de fútbol es m gramos y la de una de tenis, 650 gramos menos que esta. Si ambas tienen una masa de 1.250 gramos, ¿cuál es la masa de la pelota de tenis?

$m + 650 = 1.250$

$m - 650 = 1.250$

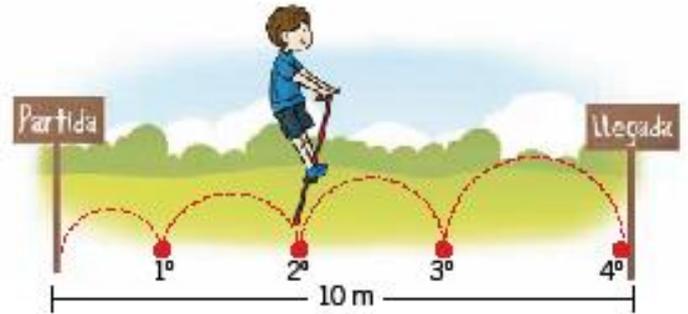
$m + m - 650 = 1.250$

14) Plantear y resolver.

Entre las tres canastas hay 600 tomates. Si la primera canasta tiene 20 tomates más que la segunda; y la tercera tiene 40 más que la segunda. ¿Cuántos tomates hay en cada canasta?



15) En cada salto que da Francisco, avanza un metro más que el salto anterior. ¿Cuál es la distancia recorrida en cada salto?



16) Paola tiene el triple de dinero que Iván

y entre los dos tienen \$ 6.000. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

17) La suma de tres números es 337. Si el mayor excede al intermedio en 45, y al menor en 68. ¿Cuál es la suma entre el menor y el mayor?

18) La suma de tres números naturales consecutivos es 144. ¿Cuáles son dichos números?

19) Resolver las siguientes ecuaciones. Realizar la verificación correspondiente.

a)  $\sqrt[3]{x} = 5$

b)  $x^6 = 64$

c)  $2 \cdot x^5 = 64$

d)  $5 \cdot x^2 = 180$

e)  $(x:3)^4 = 81$

f)  $x^2 + 1 = 122$

g)  $\sqrt[5]{x-1} = 3$

h)  $2 \cdot \sqrt{x} - 2 = 6$

i)  $2 \cdot \sqrt[3]{x} - 1 = 3$

j)  $4 \cdot x^2 - 10 = 26$

k)  $(x:3 + 1)^2 = 4$

l)  $\sqrt[3]{x \cdot 2} + 6 = 8$

m)  $7 \cdot 2 = 5 \cdot x^2 - 6$

n)  $4 \cdot \sqrt{x+4} = 3 \cdot 4$

o)  $(x-2)^2 \cdot 2 = 2^3$

p)  $1 + 3 \cdot 9 = 12 + x^5 : 2$

q)  $\sqrt{2x+1} = 3$

r)  $(2x-1)^2 = 25$

s)  $\sqrt[5]{3x+2} = 2$

t)  $5 \cdot (x-2)^3 + 2 = \sqrt{49}$

u)  $(x:8 + 6)^2 = 11^2 - 21$

v)  $11 = 5 + 3 \cdot \sqrt[5]{x-4}$

## RESPUESTAS T.P. ECUACIONES

1)	a) $x = 7 \text{ kg}$ b) $x = 10 \text{ kg}$					
2)	1 caja = 12 kg					
3)	Rta: 18 patos					
4)	a) $x = 10 \text{ kg}$ b) $x = 20,5 \text{ kg} = 20\frac{1}{2} \text{ kg}$					
5)	2 cajas pesan $4,5 \text{ kg} = 4\frac{1}{2} \text{ kg}$					
6)	a) $x = 1$	e) $x = 351$	i) $x = 6$	l) $x = \frac{1}{4}$	o) $x = 36$	r) $x = \frac{40}{3}$
	b) $x = 5$	f) $x = 66$	j) $x = \frac{1}{6}$	m) $x = \frac{3}{2} = 1,5$	p) $x = 100$	s) $x = \frac{96}{5} = 19,2$
	c) $x = 154$	g) $x = 292$	k) $x = 12$	n) $x = 5/7$	q) $x = 50$	t) $x = \frac{12}{7}$
	d) $x = 237$	h) $x = 21$				
7)	a) $x = 3$	e) $x = 25$	i) $x = \frac{10}{3}$	m) $x = 424$	p) $x = 100$	s) $x = 6$
	b) $x = 5$	f) $x = 71$	j) $x = 161$	n) $x = 30$	q) $x = 36$	t) $x = 42$
	c) $x = 3$	g) $x = 70$	k) $x = 230$	o) $x = 948$	r) $x = 98$	u) $x = 18$
	d) $x = 32$	h) $x = \frac{25}{4} = 6,25$	l) $x = 228$			
8)	a) $x = 7$	b) $x = 8$	c) $x = 60$	d) $x = 7$	e) $x = 12$	f) $x = 9$
9)	a) $x = 9$	e) $x = 4$	h) $x = 8$	k) $x = 2$	n) $x = \frac{1}{3}$	q) $x = \frac{1}{6}$
	b) $x = 11$	f) $x = \frac{18}{5} = 3,6$	i) $x = 1$	l) $x = \frac{1}{5} = 0,2$	o) $x = 2$	r) $x = 3$
	c) $x = 4$	g) $x = \frac{37}{8} = 4,625$	j) $x = 2$	m) $x = 1$	p) $x = \frac{3}{4} = 0,75$	s) $x = \frac{4}{3}$
	d) $x = 9$					
10)	a) $x = 0$	d) $x = 87$	g) $x = 8$	j) $x = 2$	m) $x = 4$	
	b) $x = 2$	e) $x = 4$	h) $x = 3$	k) $x = 12$	n) $x = 4$	
	c) $x = 25$	f) $x = 6$	i) $x = 4$	l) $x = 1$		
11)	a) $x = 1$	e) $x = 1$	i) $x = \frac{9}{4} = 2,25$	l) $x = \frac{27}{2} = 13,5$	o) $x = \frac{5}{4} = 1,25$	
	b) $x = 2$	f) $x = \frac{1}{3}$	j) $x = \frac{1}{3}$	m) $x = \frac{9}{2} = 4,5$	p) $x = \frac{3}{4} = 0,75$	
	c) $x = 5$	g) $x = 2$	k) $x = \frac{10}{17}$	n) $x = 9$	q) $x = \frac{10}{3}$	
	d) $x = 2$	h) $x = \frac{3}{5} = 0,6$				
12)	a) $A = 54 \text{ dulces}$		b) $J = \$ 7.800$		c) $C = \$ 650$	
14)	1ra. Canasta contiene 200 tomates, la 2da. 180 y la 3ra. 220 tomates.			15) 1m, 2m, 3m y 4m respectivamente.		
16)	Iván tiene \$ 1.500 y Paola \$ 4.500			17) El número menor es 82 y el mayor 150. La suma es 232.		

18)	Los números son el 47, 48 y 49					
19)	a) $x = 125$ b) $x = 2$ c) $x = 2$ d) $x = 6$	e) $x = 9$ f) $x = 11$ g) $x = 244$ h) $x = 16$	i) $x = 8$ j) $x = 3$ k) $x = 3$ l) $x = 4$	m) $x = 2$ n) $x = 5$ o) $x = 4$ p) $x = 2$	q) $x = 4$ r) $x = 3$ s) $x = 10$	t) $x = 3$ u) $x = 32$ v) $x = 36$





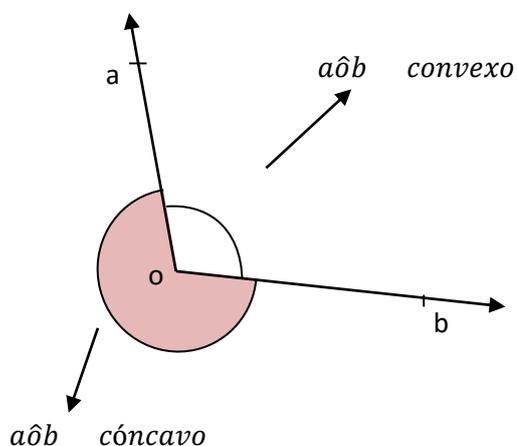
## EJE TEMÁTICO

Geometría y

magnitudes



Ángulos. Clasificación



Un **ángulo** es.....

Un ángulo es **convexo**.....

y es **cóncavo**, si.....

Al nombrarlos, siempre.....

Los ángulos convexos se clasifican según su amplitud en:

Amplitud	Clasificación
$\hat{\alpha} =$	Nulo
	Agudo
$\hat{\alpha} =$	
$90^\circ < \hat{\alpha} < 180^\circ$	
$\hat{\alpha} = 180^\circ$	
$\hat{\alpha} =$	Giro

Alfabeto Griego

- A α alpha
- B β beta
- Γ γ gamma
- E ε epsilon
- Δ δ delta
- Z ζ zeta
- H η eta
- Θ θ theta
- I ι iota
- K κ kappa
- Λ λ lambda
- M μ mu
- N ν nu
- Ξ ξ xi
- O ο omicron
- Π π pi
- Ρ ρ rho
- Σ σ sigma
- Τ τ tau
- Υ υ upsilon
- Φ φ phi
- Χ χ chi
- Ψ ψ psi
- Ω ω omega

➤ Ángulos Consecutivos

Dos ángulos son **consecutivos** cuando.....

➤ Ángulos Complementarios y Suplementarios

Dos ángulos son **complementarios**.....

Dos ángulos son **suplementarios** .....

.....

➤ Sistema Sexagesimal de medición de ángulos

En el sistema sexagesimal, un giro completo corresponde a una amplitud de  $360^\circ$ , cada grado se divide en 60 minutos (') y cada minuto en 60 segundos ('').

$$1^\circ = 60'$$

$$1' = 60''$$

$$1^\circ = 3600''$$

➤ Ángulos adyacentes y opuestos por el vértice

Dos ángulos son **adyacentes**.....

.....

Los ángulos **adyacentes** son.....y.....

Dos ángulos son **opuestos por el vértice**.....

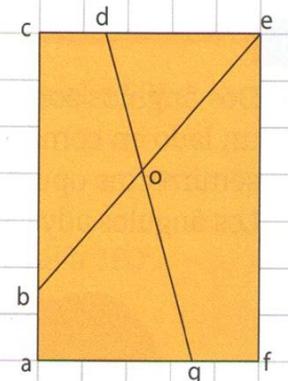
.....

Los ángulos **opuestos por el vértice** son.....

TRABAJO PRÁCTICO N° 1  
Ángulos. Clasificación. Características

1) Observar la figura de la izquierda y clasificar los siguientes ángulos.

a) $\hat{b}od$ → <input style="width: 150px; height: 25px;" type="text"/>	e) $\hat{f}eb$ → <input style="width: 150px; height: 25px;" type="text"/>
b) $\hat{g}ac$ → <input style="width: 150px; height: 25px;" type="text"/>	f) $\hat{a}bc$ → <input style="width: 150px; height: 25px;" type="text"/>
c) $\hat{d}oe$ → <input style="width: 150px; height: 25px;" type="text"/>	g) $\hat{e}ca$ → <input style="width: 150px; height: 25px;" type="text"/>
d) $\hat{o}gf$ → <input style="width: 150px; height: 25px;" type="text"/>	h) $\hat{c}bc$ → <input style="width: 150px; height: 25px;" type="text"/>



2) Representar y nombrar.

- a) Un par de ángulos consecutivos y un par no consecutivos.
- b) Un par de ángulos complementarios consecutivos y un par complementarios no consecutivos.
- c) Un par de ángulos suplementarios consecutivos y un par suplementarios no consecutivos.
- d) Un par de ángulos adyacentes, nombrarlos e indicar su amplitud.
- e) Un par de ángulos opuestos por el vértice, nombrarlos e indicar la amplitud de todos los ángulos formados.

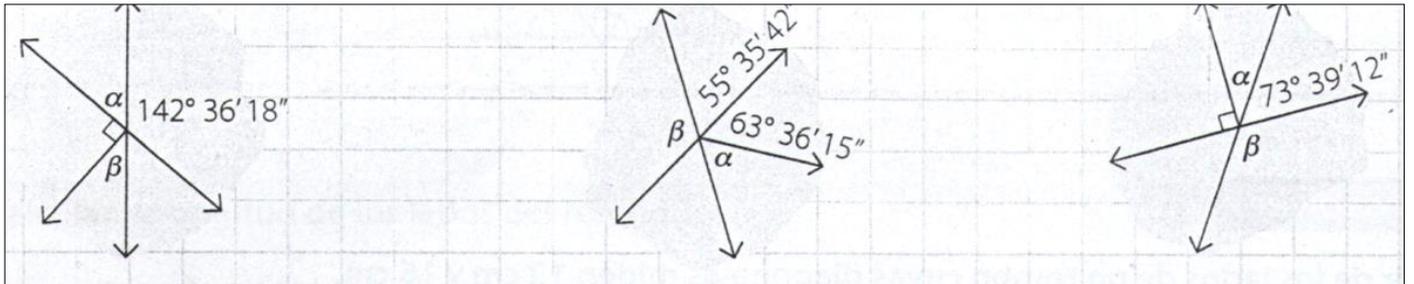
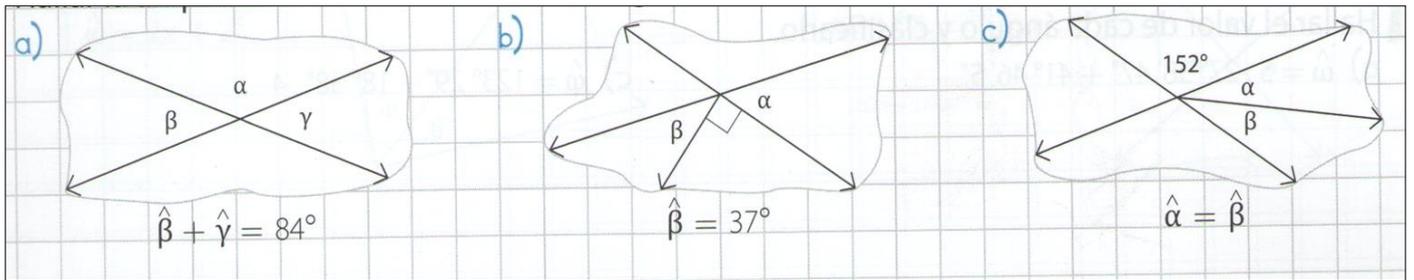
3) Resolver utilizando la calculadora:

- a) El triple de  $42^\circ 21' 22''$  menos  $12^\circ 41' 15''$
- b) La cuarta parte de  $68^\circ 24' 12''$  más  $13^\circ 11' 10''$
- c) La mitad del triple de  $17^\circ 15' 36''$
- d) La tercera parte del doble de  $74^\circ 15' 44''$

4) Resolver las siguientes ecuaciones:

- |  |   |
|--|---|
| a) $15^\circ 25' + 2x = 98^\circ 23' 40''$     | b) $18^\circ 20' 13'' + 3x = 72^\circ 28' 4''$    |
| c) $x - 12^\circ 15' 31'' = 40^\circ 11' 27''$ | d) $58^\circ 21' 18'' : 3 = 12^\circ 28' 3'' + x$ |

5) Hallar la amplitud de todos los ángulos. Colocar nombre a los que no estén nombrados.



6) Completar con la clasificación del ángulo que corresponda en cada caso.

- a) El complemento de un ángulo agudo es un ángulo .
- b) El suplemento de un ángulo  es un ángulo agudo.
- c) El suplemento de un ángulo recto es un ángulo .
- d) El complemento de un ángulo  es un ángulo nulo.
- e) El suplemento de un ángulo  es un ángulo llano.

7) Plantear la ecuación y resolver

- a) La suma de un ángulo y  $15^\circ 17'$  es el doble de  $19^\circ 23'$
- b) El triple de la diferencia entre un ángulo y  $25^\circ 14'$  es  $124^\circ 16'$
- c) La suma de un ángulo y el doble de  $13^\circ 26' 15''$  es un recto.
- d) Si a un ángulo le sumo  $30^\circ 20' 12''$  y al resultado lo divido por 11 se obtiene  $3^\circ 58' 35''$

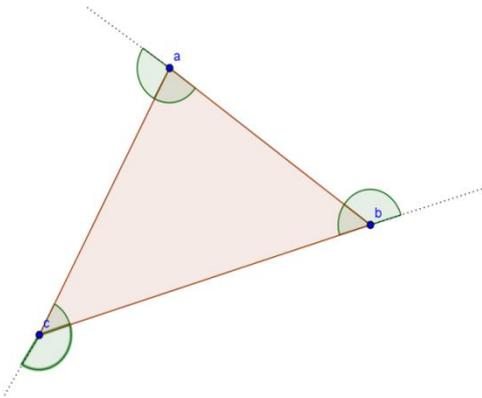
8) Colocar **P** (posible) o **I** (imposible) y justificar la respuesta.

- a) Dos ángulos suplementarios agudos.....
- b) El complemento de un ángulo obtuso.....
- c) Dos ángulos opuestos por el vértice y complementarios.....
- d) El complemento de un ángulo recto.....
- e) Dos ángulos adyacentes y opuestos por el vértice.....
- f) El suplemento de un ángulo nulo.....
- g) Dos ángulos adyacentes y complementarios.....
- h) Dos ángulos suplementarios iguales.....
- i) Dos ángulos consecutivos y opuestos por el vértice.....
- j) El complemento de un ángulo llano.....
- k) El adyacente de un ángulo cóncavo.....
- l) El suplemento de un ángulo llano.....

# Triángulos. Clasificación

Un triángulo

es.....



## Elementos de un triángulo

➤ Completar la figura a medida que se nombran los elementos.

- ✓ Vértices:.....
- ✓ Lados:.....
- ✓ Ángulos interiores:.....
- ✓ Ángulos exteriores:.....

Los triángulos se clasifican teniendo en cuenta sus.....y sus.....

Según/ÁNGULOS	Acutángulo (tres ángulos interiores .....)	Rectángulo (un ángulo interior..... y dos.....)	Obtusángulo (un ángulo interior..... y dos.....)
Según/LADOS			
..... Posee al menos (como mínimo) dos lados .....	<p>Equilátero</p>	<p>Hipotenusa</p>	
..... Posee los tres lados .....		<p>Hipotenusa</p>	

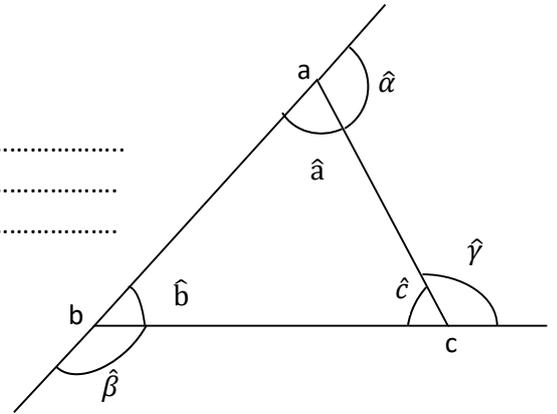
Propiedades de los triángulos

Los triángulos presentan propiedades con respecto a sus.....y a sus.....

➤ De los ángulos

I) Suma ángulos interiores

.....  
 .....  
 .....



II) Relación entre un ángulo interior y el exterior

En todo triángulo cada ángulo interior es.....y.....con el exterior; por lo tanto son.....

En consecuencia, se cumple:.....  
 .....  
 .....

III) Suma de ángulos exteriores

En todo triángulo, la suma de los ángulos exteriores es:.....

Por lo tanto, según los datos de nuestra figura, se cumple:.....  
 .....  
 .....

IV) Relación entre dos ángulos interiores y un exterior

En todo triángulo se cumple que.....

Según nuestra figura, sería:.....  
 .....  
 .....  
 .....

➤ De los lados

V) Relación entre un ángulo interior y el lado opuesto

En todo triángulo se cumple que.....

Si en la figura, se sabe que:  $\hat{a} = 80^\circ$  y  $\hat{b} = 60^\circ$ . Indicar, en forma decreciente, la relación entre las longitud es de lados.....

Como consecuencia de esta propiedad, podemos afirmar que, en todo triángulo.....

VI) Relación entre sus lados

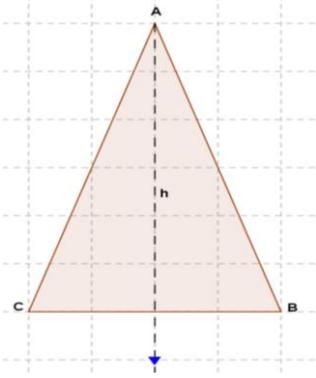
Construir un triángulo cuyos lados midan 12 cm, 5 cm y 4 cm

¿Qué sucedió?.....

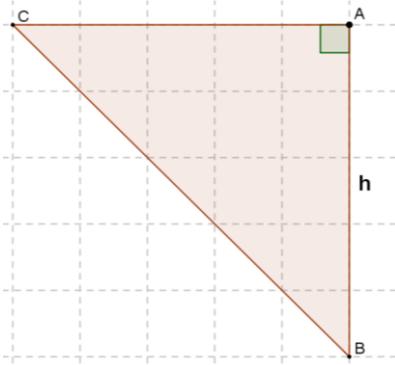
Conclusión: En todo triángulo, cada lado debe.....

➤ Altura de un triángulo

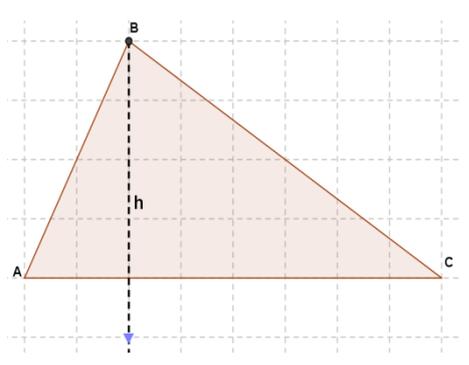
Se llama altura (h) de un triángulo a la distancia de cada vértice al lado opuesto. Se representa con una semirrecta, con origen en el vértice del triángulo que atraviesa el lado opuesto en forma perpendicular.



La altura divide al triángulo acutángulo isósceles en dos rectángulos semejantes.



La altura en el triángulo rectángulo coincide con un cateto.



La altura divide al triángulo acutángulo escaleno en dos rectángulos no semejantes.

TRABAJO PRÁCTICO N° 2

Triángulos. Clasificación. Propiedades

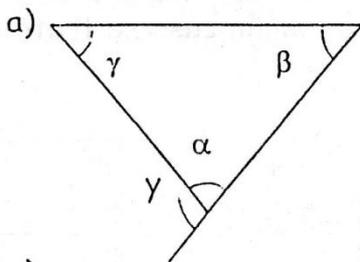
1) Completar las frases con las palabras "a veces", "siempre" o "nunca", según corresponda en cada caso y JUSTIFICAR.

- a) .....un triángulo que tiene todos los ángulos congruentes es equilátero.  
Porque.....
- b) .....un triángulo que tiene un ángulo obtuso es rectángulo.  
Porque.....
- c) .....un triángulo que tiene un ángulo recto es isósceles.  
Porque.....
- d) .....un triángulo rectángulo es equilátero.  
Porque.....
- e) .....un triángulo isósceles es obtusángulo.  
Porque.....
- f) .....un triángulo equilátero es acutángulo.  
Porque.....
- g) .....un triángulo que tiene todos sus ángulos distintos es escaleno.  
Porque.....
- h) .....los tres lados de un triángulo rectángulo son congruentes.  
Porque.....
- i) .....los catetos de un triángulo rectángulo son iguales.  
Porque.....
- j) .....en un triángulo rectángulo un cateto es mayor que el otro.  
Porque.....
- k) .....los triángulos rectángulos son equiláteros.  
Porque.....
- l) .....los triángulos rectángulos son escalenos.  
Porque.....
- m) .....los triángulos rectángulos son isósceles.  
Porque.....

2) Marcar con una cruz la respuesta que consideres adecuada. Justificar. (Puedes ayudarte con una figura de análisis)

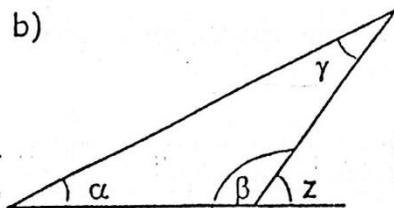
- a) Si un ángulo exterior de un triángulo es agudo, entonces el triángulo es:
- Acutángulo
  - Rectángulo
  - Obtusángulo.
- b) Si la amplitud del ángulo exterior de un triángulo es  $120^\circ$  y los ángulos interiores no adyacentes a él, son congruentes, entonces el triángulo es:
- Isósceles
  - Equilátero.
  - Escaleno.
- c) Si en el triángulo  $abc$  se cumple que  $\hat{a} = 55^\circ$  y el ángulo  $\hat{b} = 35^\circ$ , se verifica que el triángulo es:
- Acutángulo Escaleno.
  - Rectángulo Escaleno.
  - Obtusángulo Isósceles.
- d) Si en el triángulo  $abc$ , se cumple que  $\hat{a} = 90^\circ$  y el ángulo  $\hat{b} = 45^\circ$ , se verifica que el triángulo es:
- Acutángulo Isósceles.
  - Rectángulo Isósceles.
  - Obtusángulo Escaleno.
- e) Si un triángulo tiene un ángulo exterior recto y dos ángulos interiores de distinta amplitud es:
- Acutángulo escaleno
  - Rectángulo escaleno
  - Rectángulo isósceles
- f) Si un triángulo tiene un ángulo exterior de  $25^\circ$ , entonces es:
- Acutángulo
  - Rectángulo
  - Obtusángulo

3) Calcular la amplitud de los ángulos faltantes. Justificar con las propiedades utilizadas.



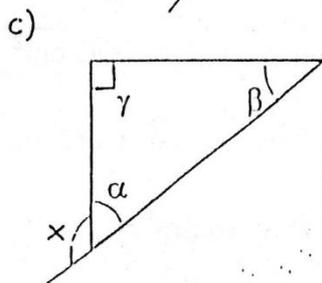
$$\hat{\beta} = 45^\circ 20'$$

$$\hat{\gamma} = 62^\circ 15'$$



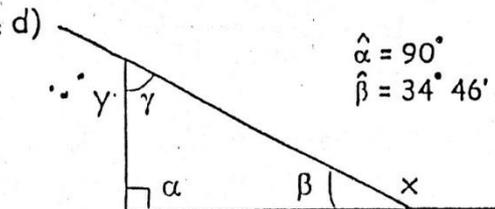
$$\hat{\alpha} = 36^\circ 45'$$

$$\hat{\gamma} = 36^\circ 45'$$



$$\hat{\gamma} = 90^\circ$$

$$\hat{\alpha} = 57^\circ 28'$$



$$\hat{\alpha} = 90^\circ$$

$$\hat{\beta} = 34^\circ 46'$$

4) Colocar **SÍ** o **NO**, según se pueda o no construir un triángulo con los tres segmentos indicados (en cm).

	$\overline{ab}$	$\overline{bc}$	$\overline{ac}$	SI – NO	Clasificación
1	8	8	4		
2	4	4	8		
3	9	3	7		
4	20	15	35		
5	10	10	10		
6	10	17	6		

5) En el triángulo  $apm$ : el  $\hat{p} = 84^\circ$  y  $\hat{a} = 46^\circ$ . Responder

- ¿Cuál es el lado de mayor longitud?
- ¿Cuál es el lado de menor longitud?
- ¿Qué amplitud tiene el ángulo  $m$ ?
- ¿Qué clase de triángulo es?

6) Decidir cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera, sabiendo que el triángulo  $abc$  es rectángulo en  $\hat{a}$  y  $\hat{c} = 28^\circ$ . Justificar las respuestas

- $\overline{ab} = \overline{ac}$
- $\hat{c} > \hat{b}$
- $\overline{bc} < \overline{ab}$
- $\overline{ab} < \overline{ac}$
- $\hat{b} = \hat{c}$

7) Responder las siguientes preguntas justificando la respuesta.

- Dos de los ángulos interiores de un triángulo miden  $20^\circ$  y  $80^\circ$ . ¿Puede asegurarse que el triángulo es isósceles?
- Dos de los ángulos interiores de un triángulo miden  $25^\circ$  y  $65^\circ$ . ¿Puede asegurarse que el triángulo es rectángulo escaleno?
- Si un ángulo exterior de un triángulo mide  $123^\circ$ . ¿Puede asegurarse que el triángulo es obtusángulo?

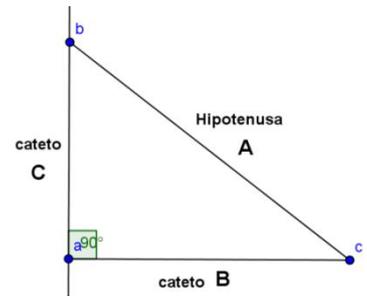
8) Calcular las amplitudes de los ángulos interiores de cada triángulo. Justificar con las propiedades utilizadas.



# Triángulos Rectángulos. Propiedad Pitagórica

➤ Completar la siguiente tabla sabiendo las medidas (en cm) de los lados del triángulo rectángulo.

$\bar{C}$	$\bar{B}$	$\bar{A}$	$(\bar{A})^2$	$(\bar{C})^2 + (\bar{B})^2$
4	3	5		
6	8	10		
12	5	13		



En cada caso resulta que:.....

.....

## Teorema de Pitágoras

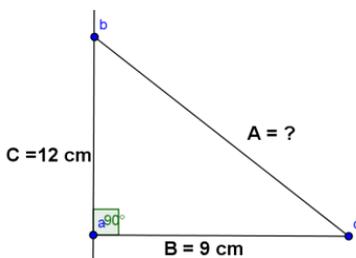
En todo triángulo rectángulo, el.....

.....

.....

Aplicamos el teorema de Pitágoras para calcular cualquiera de los tres lados del triángulo.

➤ Primer caso: debo averiguar la hipotenusa



1) Planteo el teorema  $A^2 = B^2 + C^2$

2) Reemplazo los datos.....

3) Resuelvo como una ecuación.....

.....

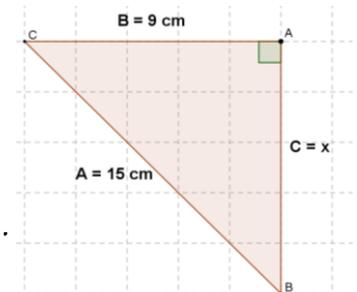
➤ Segundo caso: debo averiguar cualquiera de los dos catetos.

1) Planteo el teorema  $A^2 = B^2 + C^2$

2) Reemplazo los datos.....

3) Resuelvo como una ecuación.....

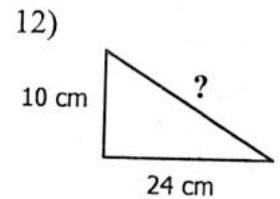
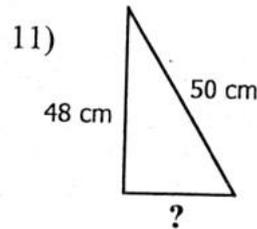
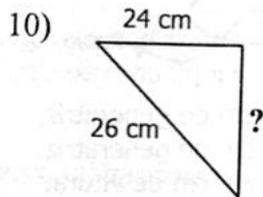
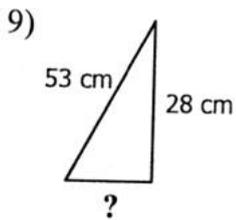
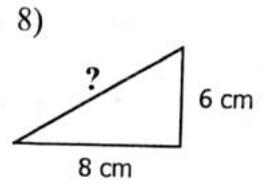
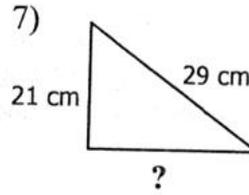
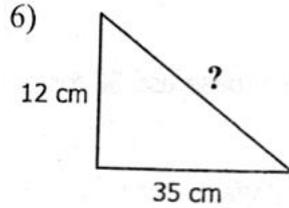
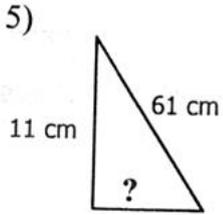
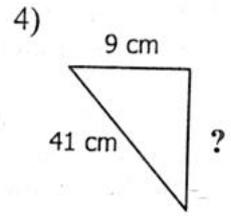
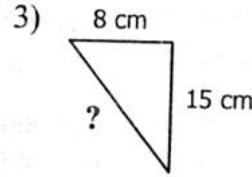
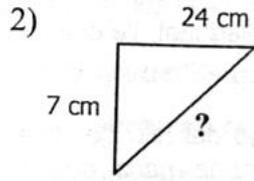
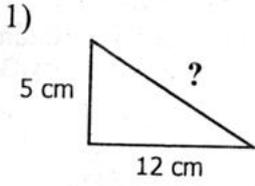
.....



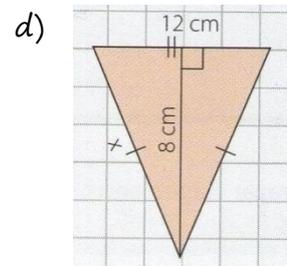
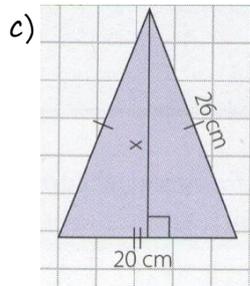
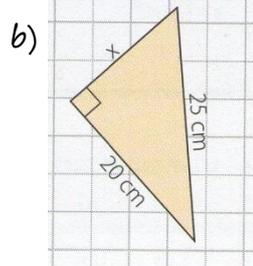
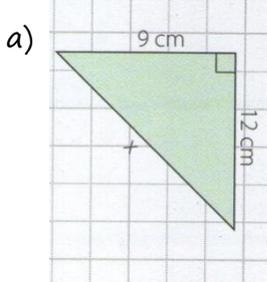
### TRABAJO PRÁCTICO N° 3

#### Triángulos rectángulos. Propiedad pitagórica.

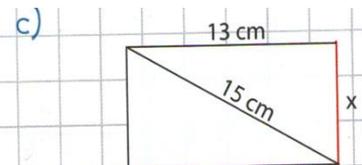
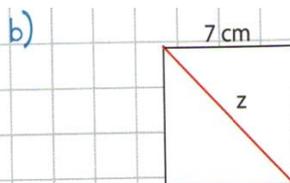
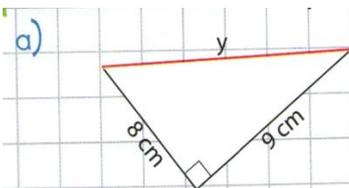
1) Calcular el lado que falta en cada triángulo



2) Calcular el valor de x:



3) Marcar con una cruz la opción correcta



$10 \text{ cm} < y < 11 \text{ cm}$

$11 \text{ cm} < y < 12 \text{ cm}$

$12 \text{ cm} < y < 13 \text{ cm}$

$8 \text{ cm} < z < 9 \text{ cm}$

$9 \text{ cm} < z < 10 \text{ cm}$

$10 \text{ cm} < z < 11 \text{ cm}$

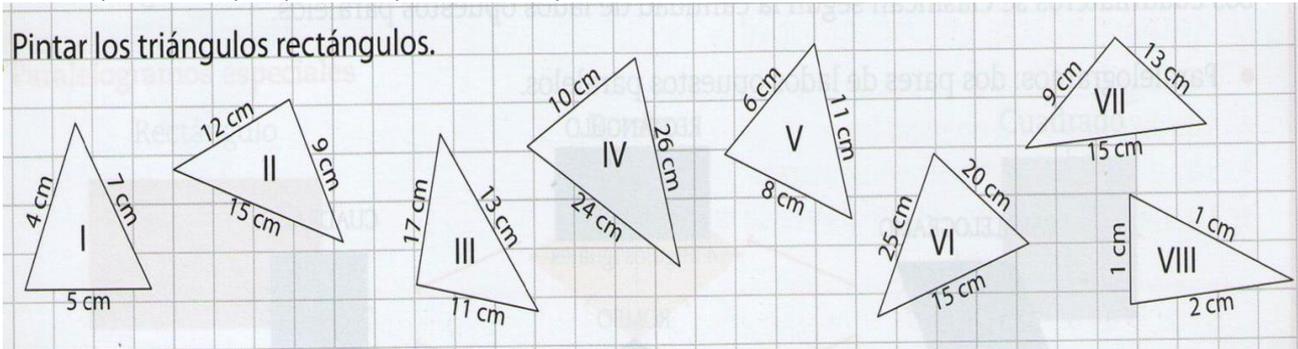
$7 \text{ cm} < x < 8 \text{ cm}$

$8 \text{ cm} < x < 9 \text{ cm}$

$9 \text{ cm} < x < 10 \text{ cm}$

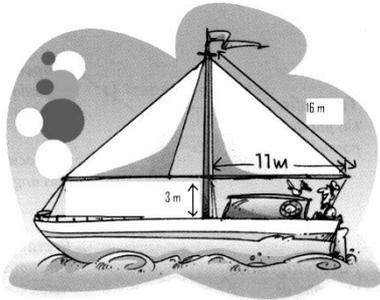
4) Aplicar la propiedad pitagórica para verificar.

Pintar los triángulos rectángulos.

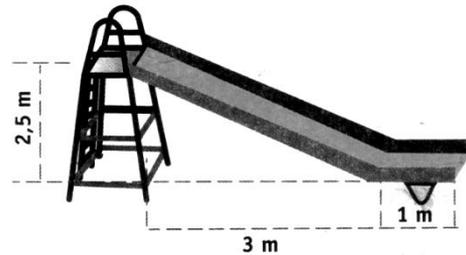


5) Resolver las siguientes situaciones problemáticas:

a) ¿Cuánto mide el mástil del barco?



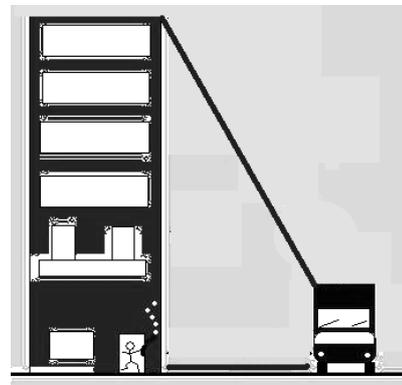
d) ¿Cuánto mide la parte deslizante del tobogán?



b) Una persona camina 4 km hacia el norte y 3 km hacia el oeste, luego cambia otra vez su recorrido y gira en ángulo recto hacia el norte, caminado 8 km más. Por último camina 6 km hacia el oeste y se detiene. ¿A qué distancia se encuentra del punto de partida?

e) Se acaba de incendiar el último piso del edificio. Cuando llega el camión de los bomberos, se encuentra con un problema; necesitan saber a qué distancia del edificio deben colocar el camión para que la punta de la escalera llegue hasta la parte más alta (como muestra el esquema). Lo único que los bomberos saben es que la escalera mide 70 m y que el alto del camión es de 2,5 m. El encargado del edificio les dice que este mide 50 m de alto. ¿Qué cálculo deberían hacer para saber a qué distancia colocar el camión?

c) ¿A qué altura está el foco?



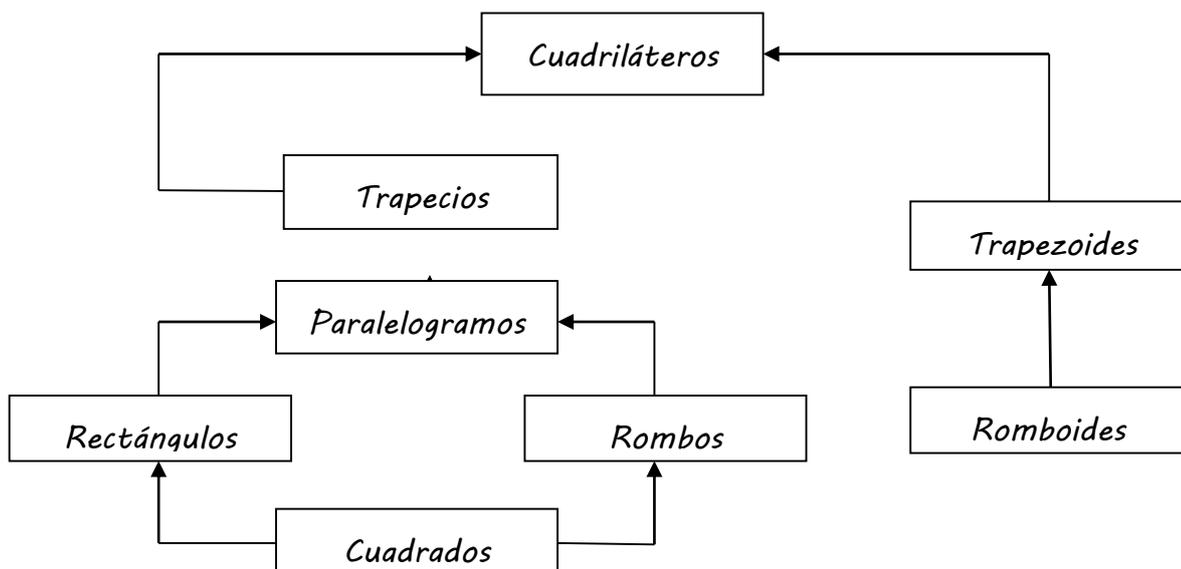
## Cuadriláteros Convexos

Un cuadrilátero es.....  
.....

## Clasificación y Propiedades

Cuadriláteros Convexos	Dos pares de lados opuestos paralelos.	Paralelogramos
	Un par de lados opuestos paralelos.	Trapecios
	Ningún par de lados opuestos paralelos.	Trapezoides

El siguiente esquema muestra cómo se relacionan las distintas clases de cuadriláteros convexos.



Las flechas se leen: “**todos los.....son.....**”

**CUADRILÁTEROS, CLASIFICACIÓN Y PROPIEDADES.**

PROPIEDADES DE LOS LADOS:

<i>Sin lados paralelos</i>		<i>Un par de lados paralelos</i>			<i>Dos pares de lados paralelos</i>			
<b>TRAPEZOIDE</b>	<b>ROMBOIDE</b>	<b>TRAPECIO ESCALENO</b>	<b>TRAPECIO ISÓSCELES</b>	<b>TRAPECIO RECTÁNGULO</b>	<b>PARALELOGRAMO</b>	<b>RECTÁNGULO</b>	<b>ROMBO</b>	<b>CUADRADO</b>
Sin lados congruentes	Dos pares de lados consecutivos congruentes	Sin lados congruentes	Un par de lados opuestos congruentes	Sin lados congruentes Un lado es perpendicular a las beses	Dos pares de lados opuestos congruentes		Cuatro lados congruentes	
		Los pares de lados opuestos paralelos se denominan bases						

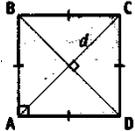
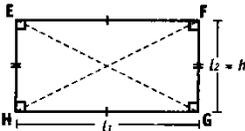
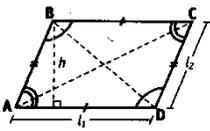
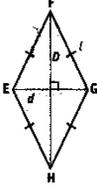
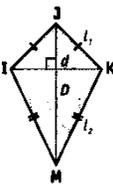
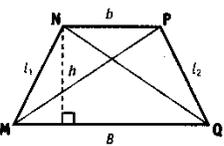
PROPIEDADES DE LOS ÁNGULOS:

<b>TRAPECIO RECTÁNGULO</b>	<b>TRAPECIO ISÓSCELES</b>	<b>ROMBOIDE</b>	<b>PARALELOGRAMO</b>	<b>ROMBO</b>	<b>RECTÁNGULO</b>	<b>CUADRADO</b>
Dos ángulos rectos, uno agudo y uno obtuso	Dos pares de ángulos adyacentes a las bases congruentes	Solo un par de ángulos opuestos congruentes	Dos pares de ángulos opuestos congruentes Los ángulos adyacentes a un mismo lado son suplementarios.		Cuatro ángulos rectos	

obtuso que son suplementarios.				
--------------------------------	--	--	--	--

**PROPIEDAD:** En todo cuadrilátero la suma de los ángulos interiores des de  $360^\circ$

**PROPIEDADES DE LAS DIAGONALES:**

<b>CUADRADO</b>	<b>RECTÁNGULO</b>	<b>PARALELOGRAMO</b>	<b>ROMBO</b>	<b>ROMBOIDE</b>	<b>TRAPECIO ISÓSCELES</b>
					
<p>Son congruentes y perpendiculares. Se cortan en el punto medio. Ambas son bisectrices de los ángulos que intersecan.</p>	<p>Son congruentes. No son perpendiculares. Se cortan en el punto medio. Ambas son bisectrices de los ángulos que intersecan.</p>	<p>Son de distinta longitud. No son perpendiculares y se intersecan en el punto medio.</p>	<p>Son de distinta longitud. Son perpendiculares y se cortan en el punto medio. Ambas son bisectrices de los ángulos que intersecan.</p>	<p>Son perpendiculares. La diagonal mayor corta a la menor en el punto medio, y es bisectriz de los ángulos que interseca.</p>	<p>Son congruentes y no perpendiculares. Se cortan simultáneamente a la misma distancia, que no es el punto medio.</p>

RESUMEN

	PROPIEDADES	ROMBOIDE	TRAPECI O ESCALEN O	TRAPECIO RECTANGULO	TRAPECIO ISÓSCELES	PARALELOGRAMO	RECTÁNGULO	ROMBO	CUADRADO
LADOS	Solo un par de lados paralelos		✓	✓	✓				
	Dos pares de lados paralelos					✓	✓	✓	✓
	Solo un par de lados congruentes				✓				
	Dos pares de lados opuestos congruentes					✓	✓	✓	✓
	Dos pares de lados consecutivos congruentes	✓						✓	✓
	Cuatro lados congruentes							✓	✓
ÁNGULOS	Solo un par de ángulos opuestos congruentes	✓							
	Dos pares de ángulos opuestos congruentes					✓	✓	✓	✓
	Dos pares de ángulos adyacentes congruentes				✓			✓	✓
	Cuatro ángulos congruentes						✓		✓
DIAGONALES	Las diagonales se cortan en un punto interior a la figura	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
	Solo una diagonal corta a la otra en su punto medio	✓							
	Cada diagonal corta a la otra en su punto medio					✓	✓	✓	✓
	Solo una diagonal es bisectriz de los ángulos que interseca	✓							
	Cada diagonal es bisectriz de los ángulos que interseca						✓	✓	✓
	Las diagonales son perpendiculares	✓						✓	✓
	Las diagonales son congruentes				✓		✓		✓
	Solo una diagonal divide al cuadrilátero en triángulos congruentes	✓					✓		✓

	Cada diagonal divide al cuadrilátero en triángulos congruentes								
	Las diagonales dividen al cuadrilátero en cuatro triángulos congruentes								

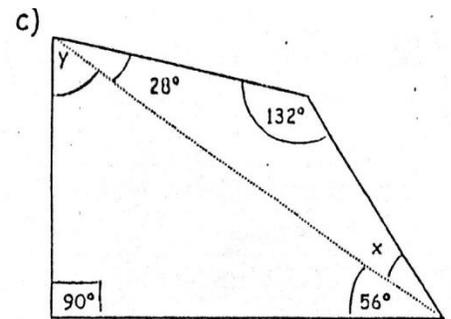
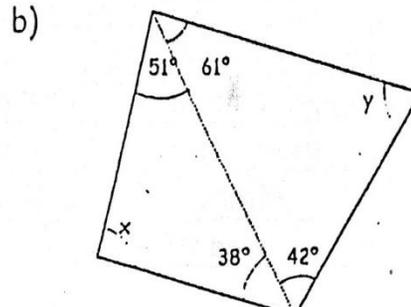
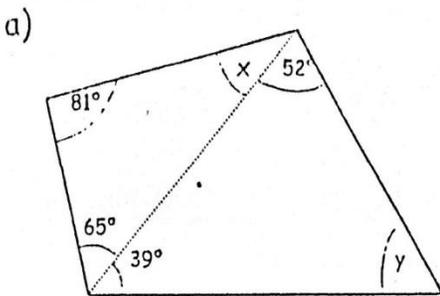
## TRABAJO PRÁCTICO N° 4

### Cuadriláteros. Clasificación. Propiedades

1) Colocar verdadero (V) o falso (F).

- a) Un paralelogramo que tiene todos sus lados iguales es un cuadrado.
- b) Los lados que tienen un extremo común son opuestos.
- c) Los lados paralelos de un trapecio se denominan bases.
- d) Un paralelogramo que tiene todos sus ángulos iguales es un rombo.
- e) Un cuadrilátero sin pares de lados opuestos paralelos es un rombiode.
- f) Un trapecio que tiene sus lados no paralelos iguales es isósceles.

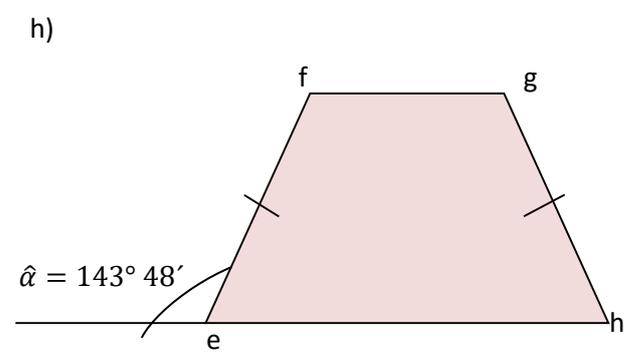
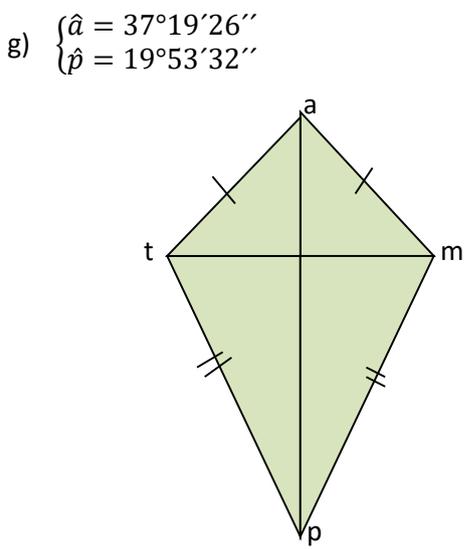
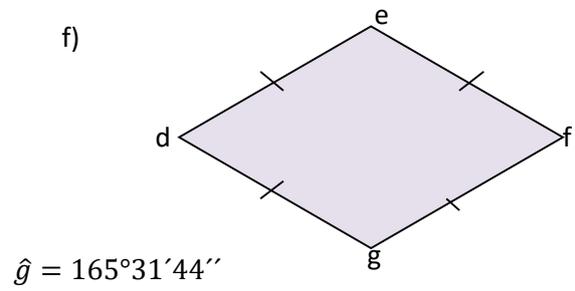
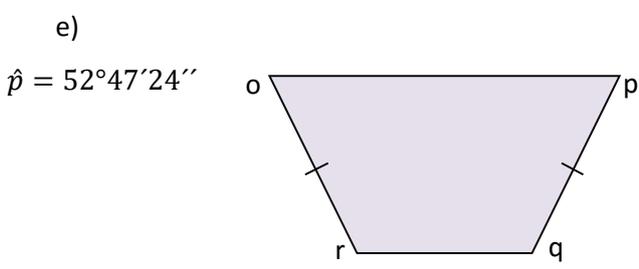
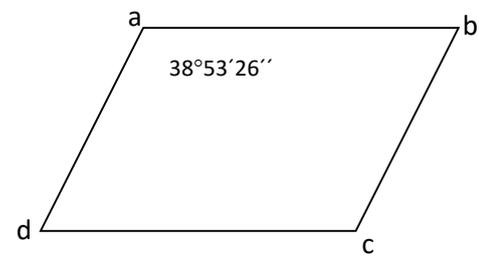
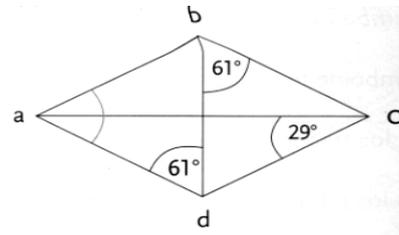
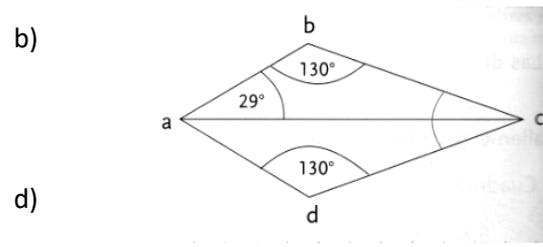
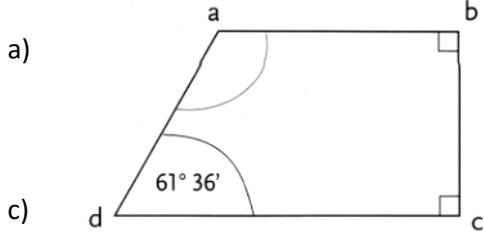

2) Calcular el valor de los ángulos x e y



3) Completar sobre la línea punteada para que la proposición resulte verdadera

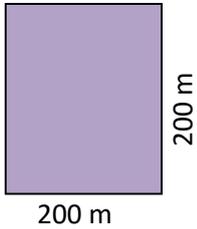
- a) Un paralelogramo es un cuadrilátero que tiene sus pares de lados opuestos.....
- b) En un paralelogramo los lados opuestos son.....
- c) Si un paralelogramo es un cuadrado, entonces.....
- d) Si un cuadrilátero es un trapecio, entonces.....
- e) Si un trapecio es isósceles, entonces.....
- f) Si un cuadrilátero es un rectángulo sus ángulos son.....

4) Calcular la amplitud de los ángulos interiores de los cuadriláteros.





Indicar cuántas unidades se necesitan para cubrir justo la figura que encierra el camino tomado por Camila.....



Si elegimos otra unidad, por ejemplo:

¿Cuántas unidades necesitamos para cubrir la misma superficie?

¿Qué medida tiene esta unidad?

Área: Calcular el área, es decir, medir una superficie, es.....

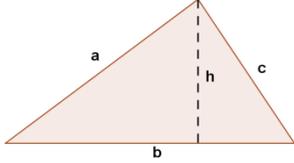
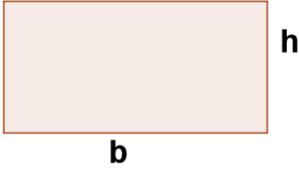
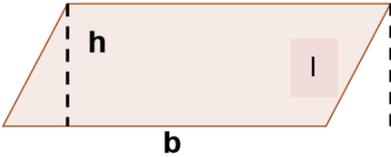
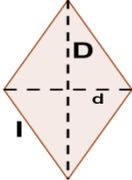
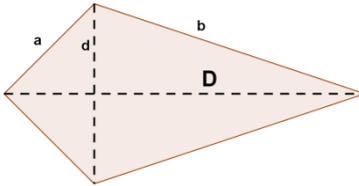
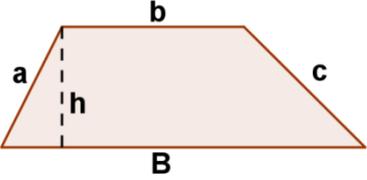
.....

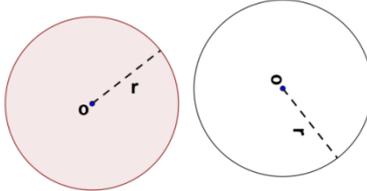
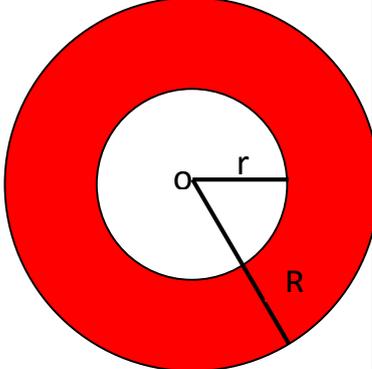
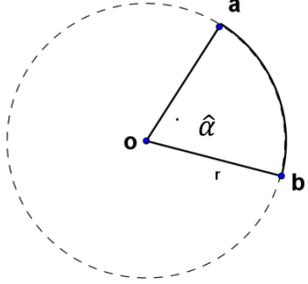
.....

.....

Teniendo en cuenta, las características y propiedades de los polígonos, se han establecido fórmulas que nos permiten hallar el área de manera algebraica.

Fórmulas de perímetro y área de polígonos convexos

Figura	Representación	Perímetro	Área
Triángulo		$p = a + b + c$	$A = \frac{b \cdot h}{2}$
Cuadrado	 l = lado	$p = 4 \cdot l$	$A = l^2$
Rectángulo		$p = 2 \cdot (b + h)$	$A = b \cdot h$
Paralelogramo		$p = 2 \cdot (b + l)$	$A = b \cdot h$
Rombo		$p = 4 \cdot l$	$A = \frac{D \cdot d}{2}$
Romboide		$p = 2 \cdot (a + b)$	$A = \frac{D \cdot d}{2}$
Trapezio		$p = a + b + c + B$	$A = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$

Figuras Circulares	Representación	Perímetro	Área
Círculo		$L = 2 \cdot \pi \cdot r = \pi \cdot d$	$A = \pi \cdot r^2$
Corona Circular		$L = 2 \cdot \pi \cdot (R + r)$	$A = \pi \cdot (R^2 - r^2)$
Longitud del Arco de Circunferencia		$L = \frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot \hat{\alpha}}{360^\circ}$	

## TRABAJO PRÁCTICO Nº 5

### Cuadriláteros. Perímetro y Área

1) Completar los siguientes cuadros, teniendo en cuenta la figura.

	Lado	Perímetro
a)	5 cm	
b)	8,4 cm	
c)		60 cm
d)		50,4 cm

Cuadrado

Polígono Regular

	n	Lado	Perímetro
a)	8	3,5 cm	
b)	7	3 cm	
c)	9		45 cm
d)		4 cm	24 cm
e)	10		48 cm

	Base	Altura	Perímetro
a)	5 cm	3 cm	
b)	8,4 cm	2 cm	
c)	15 cm		39 cm
d)		2,4 cm	14 cm

Rectángulo

Circunferencia

	Radio	Diámetro	Longitud
a)	10 cm		
b)	4 cm		
c)		10 cm	
d)			47,12 cm

	L. Mayor	L. Menor	P
a)	2,5 cm	1,4 cm	
b)	4 cm	3,6 cm	
c)	4 cm		13,6 cm
d)		3 cm	12,8

Romboide

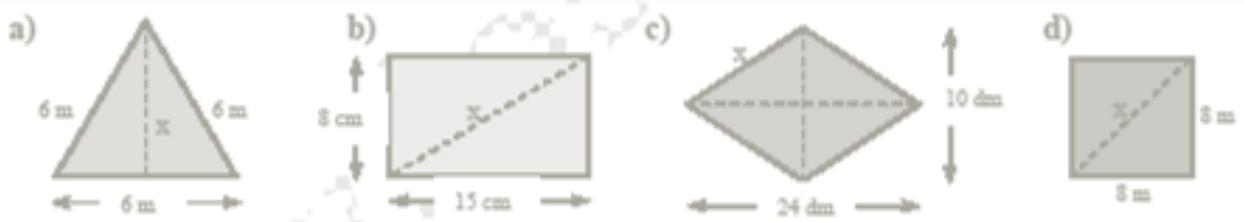
Arco de Circunferencia

	Radio	Ángulo	Arco
a)	10 cm	120°	
b)	4 cm	60°	
c)		180°	94,2 cm
d)	20 cm		125,6 cm

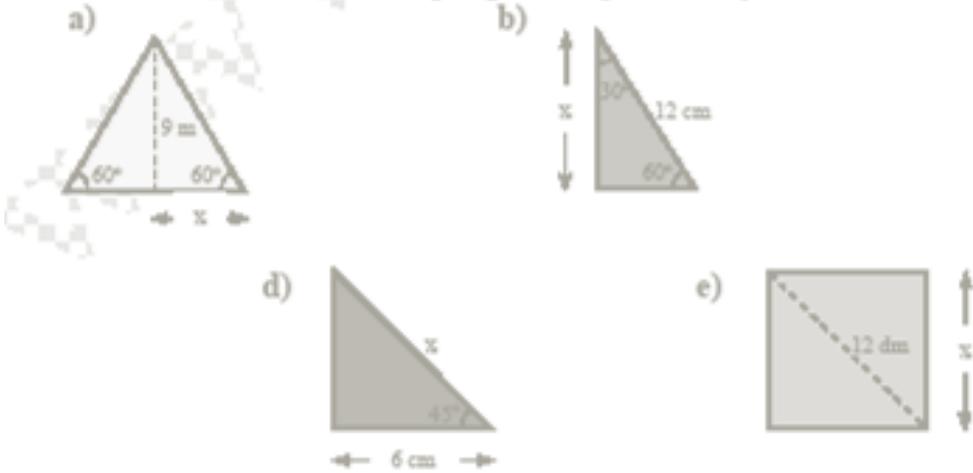
2) Resolver las siguientes situaciones. Realiza una figura de análisis y ubica en ella los datos correspondientes.

- Halla el área y el perímetro de un triángulo de base 7 cm y altura sobre esa base de 4 cm. Sabemos que uno de los lados es de 5 cm.
- Halla el área y el perímetro de un triángulo de lados 5 cm, 6 cm y 7 cm, y su altura es 4,5 cm.
- Halla el área y el perímetro de un rectángulo de base 6 cm y altura 4 cm.
- Halla el área y el perímetro de un rombo cuya diagonal mayor es 14 cm y menor 8 cm.
- Halla el área de un triángulo de base 6 cm y altura 4 cm. ¿Por qué no podemos hallar el perímetro?
- Halla el área y el perímetro de un trapecio rectángulo cuyas bases miden 10,4 cm y 7 cm y la altura es 5,4 cm.
- Halla el área y el perímetro de un trapecio cuyas bases miden 8 cm y 2 cm, la altura 4 cm y un lado es 5 cm.
- Halla el área y el perímetro de un triángulo equilátero de lado 8 cm.
- Halla el área y el perímetro de un cuadrado de lado 8 cm.

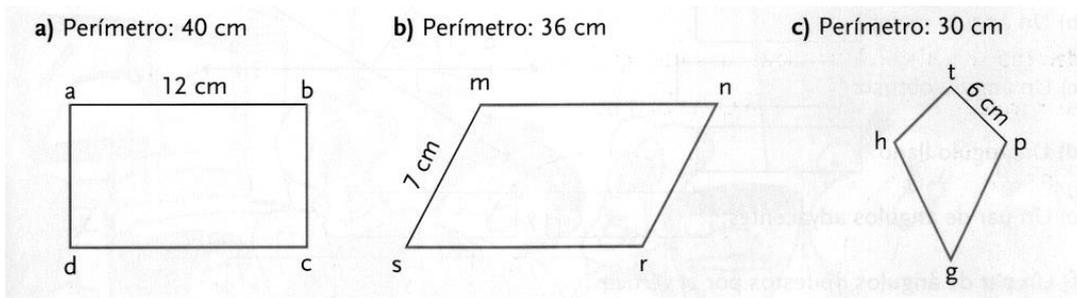
3) Hallar el valor de  $x$ . Luego calcular el perímetro y el área de cada figura.



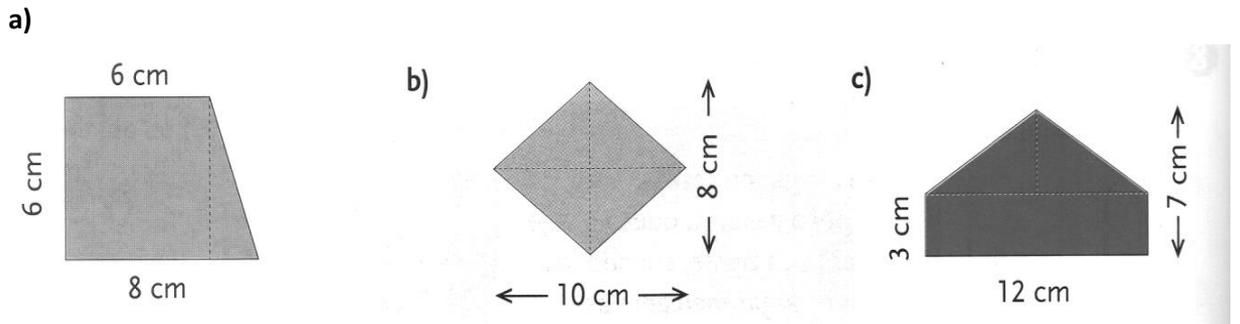
Calcula el valor de  $x$  en cada polígono, el perímetro y el área:



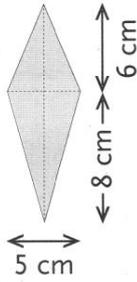
4) En cada una de las siguientes figuras calcular la longitud de los lados faltantes:



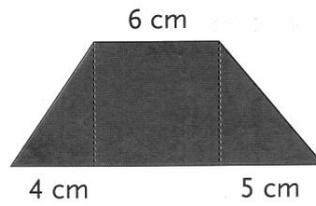
5) Calculen el perímetro y el área en cada una de estas figuras:



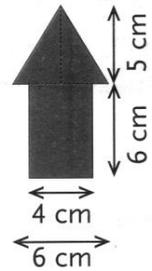
d)



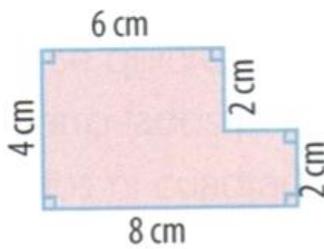
e)



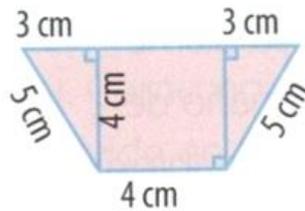
f)



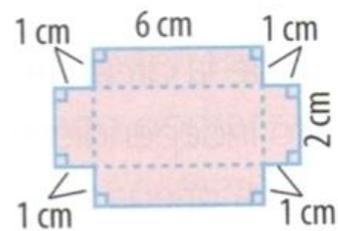
g)



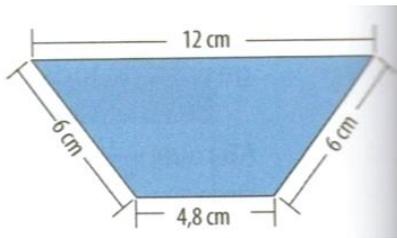
h)



i)



j)

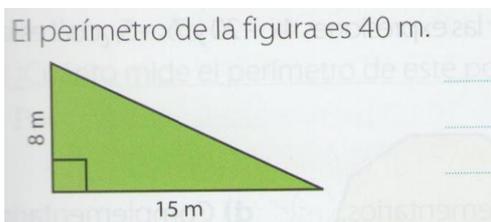


6) Plantear y resolver. Dibuja un esquema de análisis.

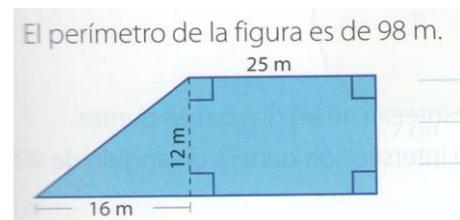
- El perímetro de un rectángulo es de 256 m. Si el largo tiene 3 m más de longitud que el ancho, ¿cuáles son las dimensiones del rectángulo?
- Si uno de los lados de un cuadrado mide 3,245 m, ¿cuál es su perímetro expresado en mm?
- El área de un rectángulo es 125 m<sup>2</sup>. ¿Cuál es la medida de la base si la altura es 5 m?
- El área de un triángulo es 750 cm<sup>2</sup> y su altura es 15 cm. ¿Cuánto mide la base?

7) Plantear la ecuación y calcular la medida del lado faltante.

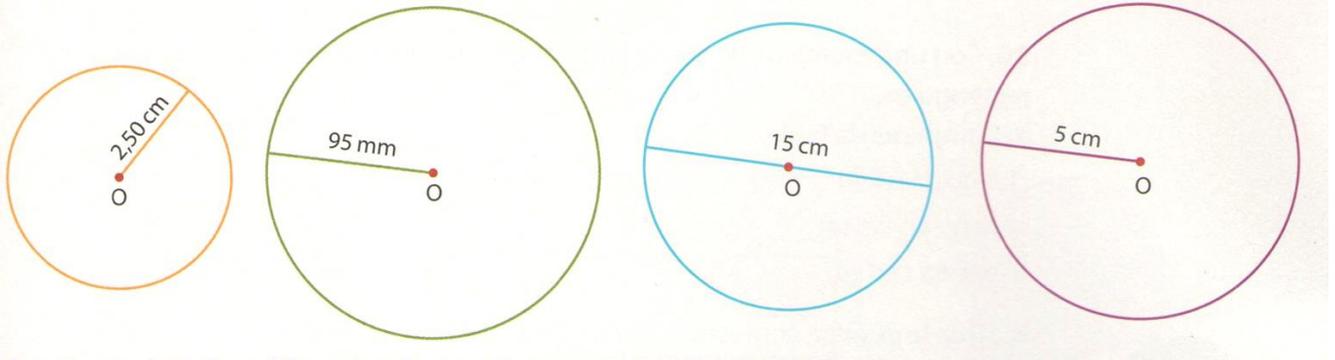
a)



b)



8) Calcular la longitud y el área de las figuras.



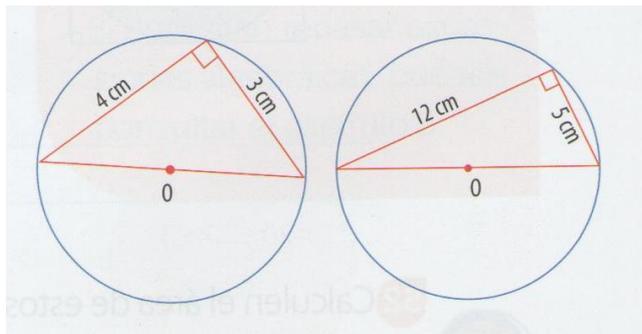
9) Dibujar dos círculos, uno de 5 cm de radio y el otro cuyo radio sea el doble del anterior.

a) Calcular el área y la longitud de cada uno.

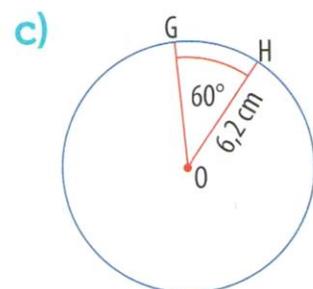
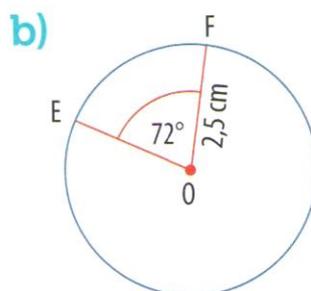
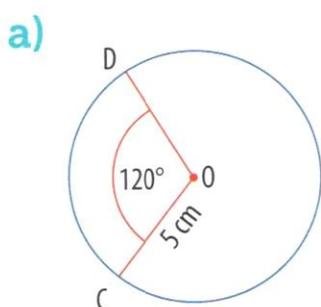
b) Si se duplica el radio, ¿se duplica el área del círculo? Explicar cómo lo pensaron.

c) Si se duplica el radio, ¿se duplica la longitud de la circunferencia? ¿Por qué?

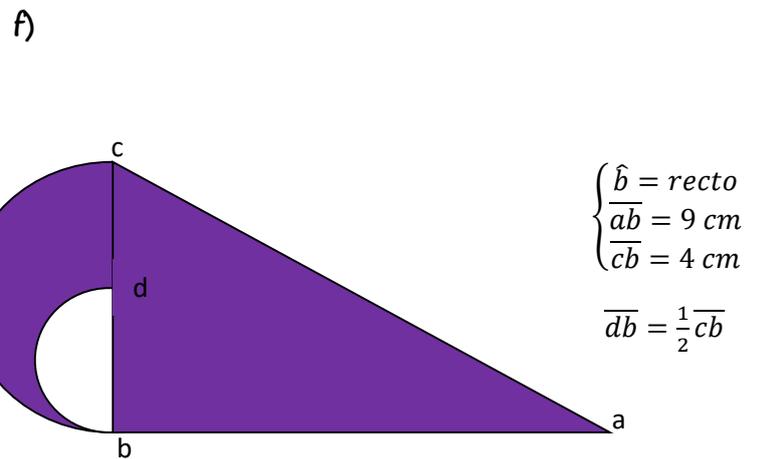
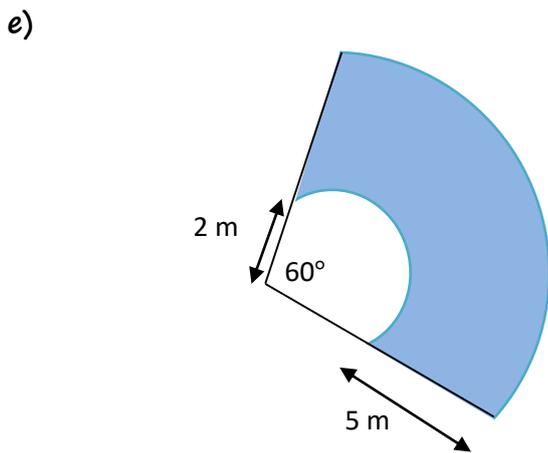
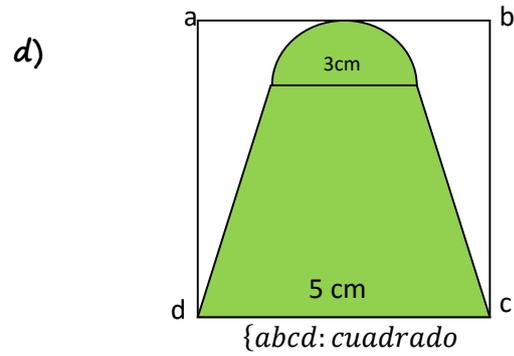
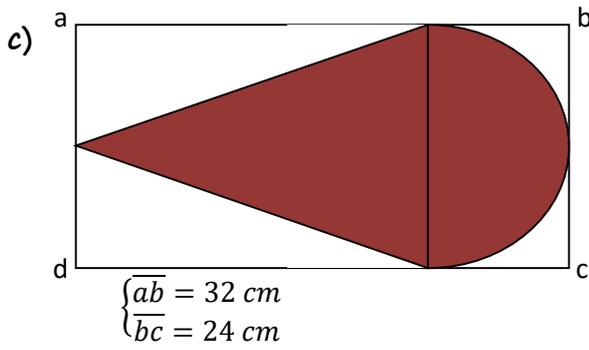
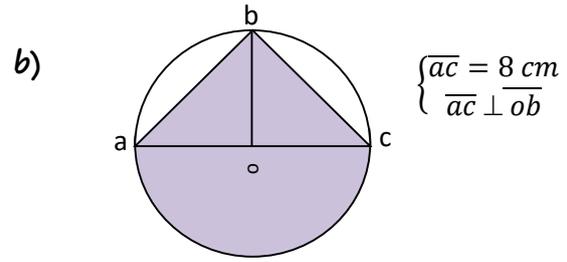
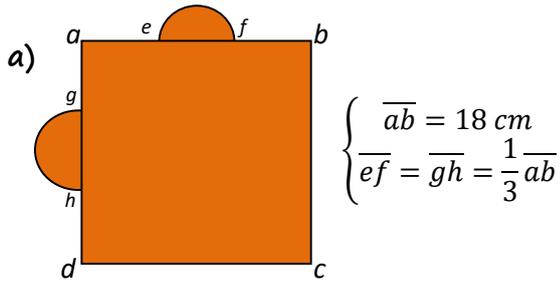
10) Calcular la longitud de cada circunferencia y el área del círculo.



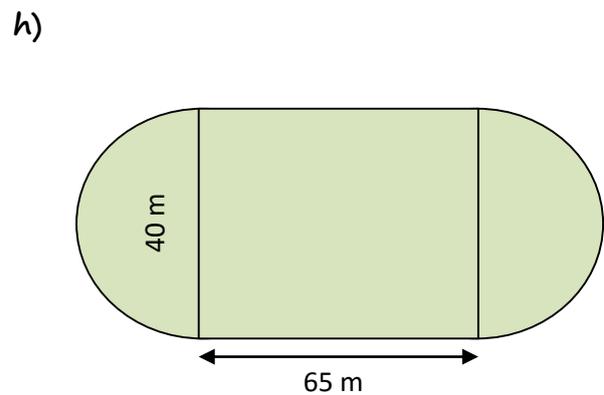
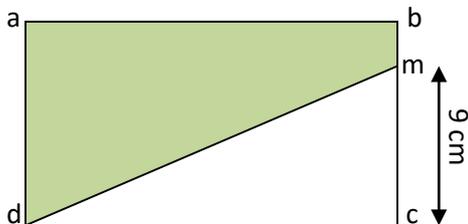
11) Calcular la longitud del arco de circunferencia y determinar que parte del círculo corresponde a cada sector.



# Áreas Sombreadas



g) El área del rectángulo abcd es de  $132 \text{ cm}^2$  y la del triángulo dmc es de  $54 \text{ cm}^2$ . Calcular el perímetro del trapecio abmd.







EJE TEMÁTICO

Funciones y  
proporcionalidad



## Eje Temático: Funciones y proporcionalidad

### ➤ EJES CARTESIANOS. PARES ORDENADOS

#### Para empezar

Valeria vive en un hermoso pueblo, su casa tiene vista al lago y a las montañas. Como vendrán sus primos de visita, hizo un plano para que puedan recorrer los lugares más importantes del poblado.

Las calles paralelas a la Av. Del Cerro están numeradas y las paralelas a la Av. Del Lago tienen nombres de pájaros.



a) Marquen en el plano los lugares que faltan:

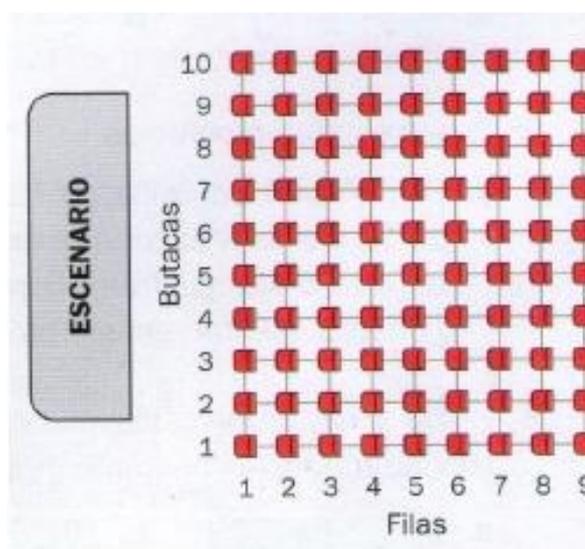
- El hospital (H), que se encuentra en 4 y Faisán
- El camping (C) que tiene su entrada principal en 6 y Av. Del Lago
- La canchita (F) que está en 5 y Estornino

b) Nombren las esquinas donde se encuentran el restaurante y el teatro

1) Para un recital, Jazmín consiguió la ubicación 2-5 y Sara la 5-2.

a) Marcá en el plano de butacas, dónde se sentarán cada una, teniendo en cuenta que el primer número corresponde a la fila y el segundo corresponde a la butaca.

Marcá con azul la ubicación de Jazmín y con verde la de Sara.



b) ¿Cuál de las dos está más cerca del escenario?

c) Observá las ubicaciones 1-1, 2-2, 3-3, 4-4, 5-5 y 6-6 ¿cómo quedan dispuestas?

### Sistemas de coordenadas cartesianas

Para representar los puntos en el plano puede utilizarse un sistema de referencia llamado.....en el que se emplean dos .....

El eje horizontal es el eje de las..... (x) y el eje vertical es el eje de las..... (y). Su intersección se denomina.....

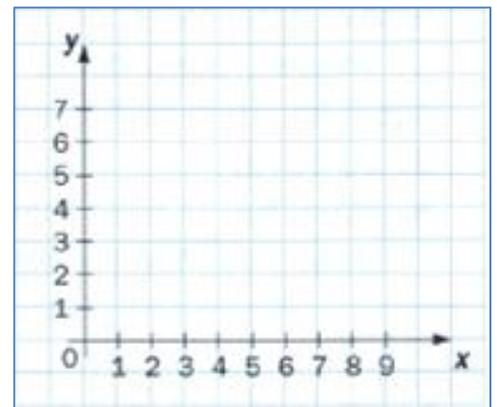
La ubicación de los puntos se indica mediante un par de números llamado..... (x;y). El primer valor corresponde a la coordenada en x e indica cuántas unidades debo mover en forma ..... y el segundo a la coordenada en y, e indica cuántas unidades debo mover en forma .....

Por ejemplo: para ubicar en un plano cartesiano el par ordenado (1;6) debo mover ..... unidades horizontalmente y ..... unidades verticalmente.

Ahora pueden ubicar los siguientes pares ordenados

(3;2) ; (5;7) ; (0;3) y (8;0)

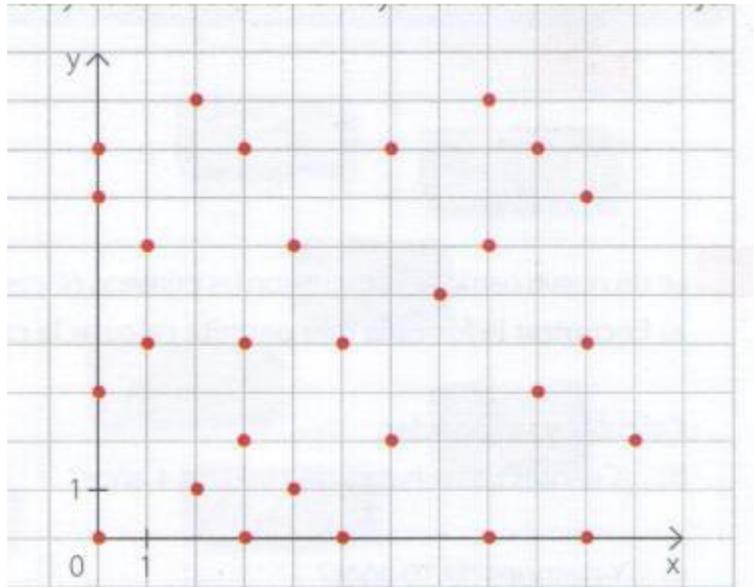
2) Nicolás y Facundo, sin mirar el gráfico, tienen que nombrar puntos y tratar de acertar la mayor cantidad de los que están marcados



✓ Puntos que dijo Nico: (0;3) (1;4) (3;8) (4;2) (5;6) (8;6) (9;0) (10;1) (11;5)  
(3;0) y (2;9)

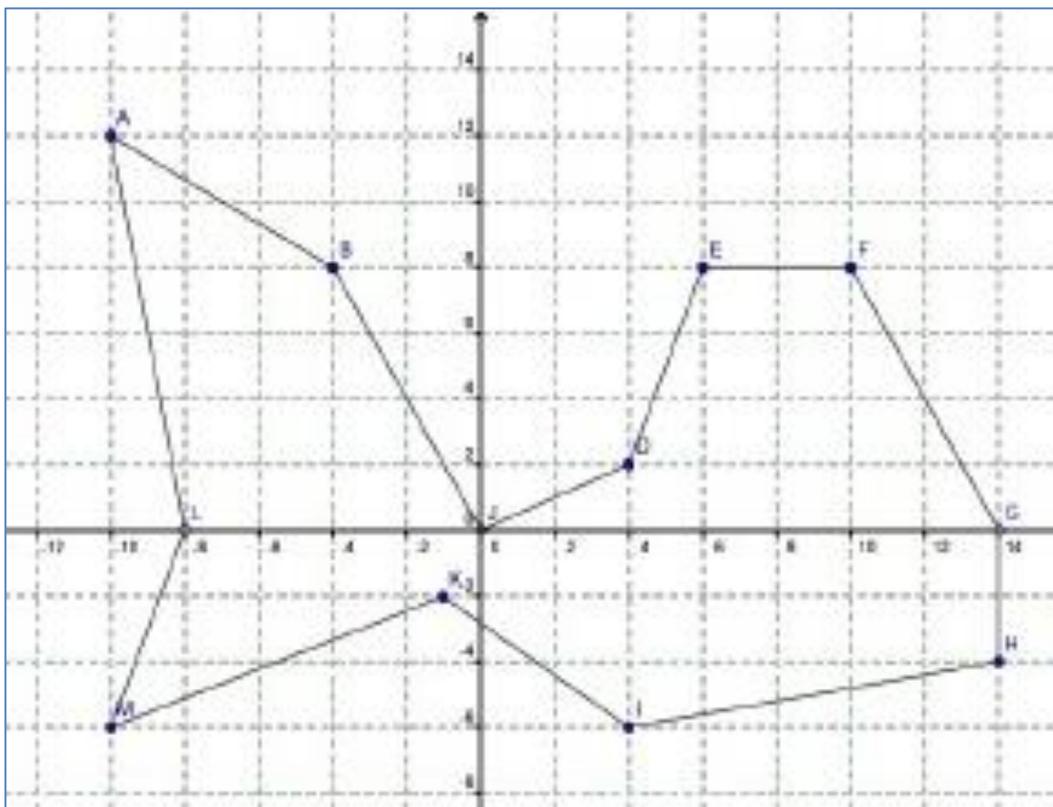
✓ Puntos que dijo Facu: (2;1) (5;5) (7;5) (4;2) (0;0) (8;0) (9;8) (10;4) (11;6)  
 (6;7) y (1;4)

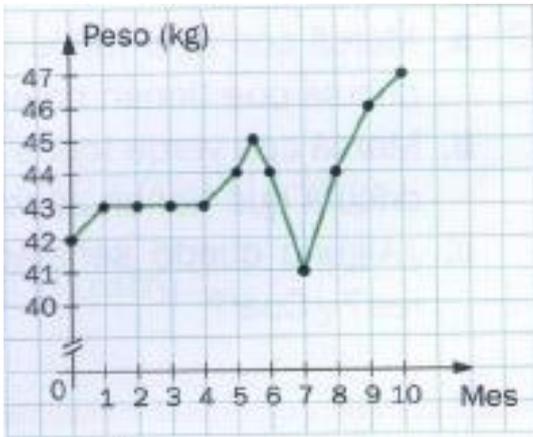
¿Quién acertó más puntos?



3) Escribir las coordenadas de los puntos de la figura:

- |    |    |    |    |
|----|----|----|----|
| A= | D= | G= | J= |
| B= | E= | H= | K= |
| C= | F= | I= | L= |
|    |    |    | M= |

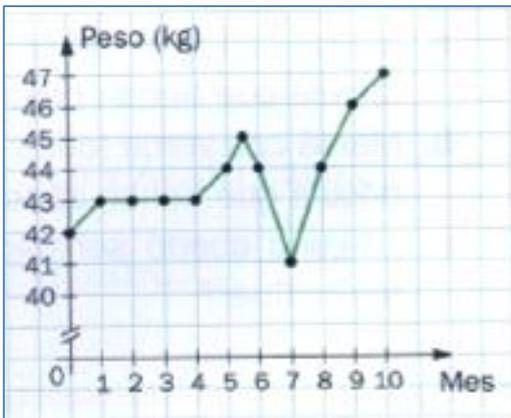




### INTERPRETACIÓN DE GRÁFICOS

Cotidianamente vemos en la tele, en los diarios o en la web, gráficos que describen diferentes situaciones. Veamos algunos ejemplos.

Griselda está haciendo una dieta desde hace 10 meses, pues debía aumentar por lo menos 5 kg. Cada mes registró su peso en su libreta y decidió volcar los datos en un gráfico.



Este gráfico relaciona el.....de Griselda a medida que transcurren los..... Estas dos cantidades que se relacionan se denominan .....

Una magnitud es.....

A partir del gráfico podemos contestar algunas preguntas:

- ¿Cuál fue su peso en el segundo mes de tratamiento? ¿y en el noveno?
- ¿Cuál fue el peso mínimo que obtuvo en ese lapso y cuándo se registró?
- ¿En qué período el peso no varió?
- ¿Cumplió el objetivo planteado por el tratamiento? ¿Por qué?

Como habrán observado, un gráfico permite interpretar con rapidez la situación que describe.

4) El domingo Luis fue a los de sus abuelos, que viven a 150 km de su casa. Durante el viaje escribió en su diario. Completá lo que falta de acuerdo con la información que se brinda en el gráfico:



Partimos a las ..... hs y a las 9.30 hs nos encontramos en una pendiente

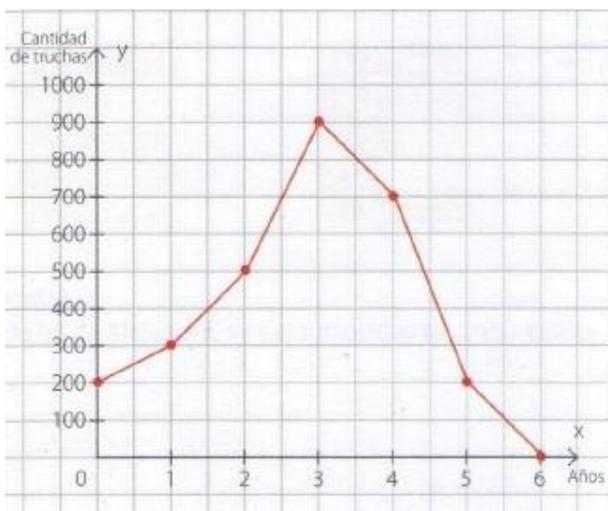
pronunciada, por lo que tuvimos que ..... la velocidad.

A las..... Hs paramos a desayunar. Estuvimos desayunando.....minutos. A las..... hs llegamos a la ciudad y nos detuvimos para cargar nafta. En ese momento ya habíamos recorrido ..... km. Aún nos faltaban ..... km para llegar. Finalmente llegué a la casa de mis abuelos a las ..... hs.

¿Podrías definir qué magnitudes se relacionan en este gráfico?

De las dos variables que se relacionan una de ellas se denomina dependiente y la otra independiente. En el caso anterior la.....recorrida depende del .....de viaje.

5) En el año 2000 se introducen 200 truchas en un lago artificial, las cuales comienzan a reproducirse y luego de una enfermedad van muriendo hasta desaparecer.



Observar el gráfico y responder:

a) ¿cuáles son las magnitudes que se relacionan?

b) ¿Cuál es la variable dependiente?

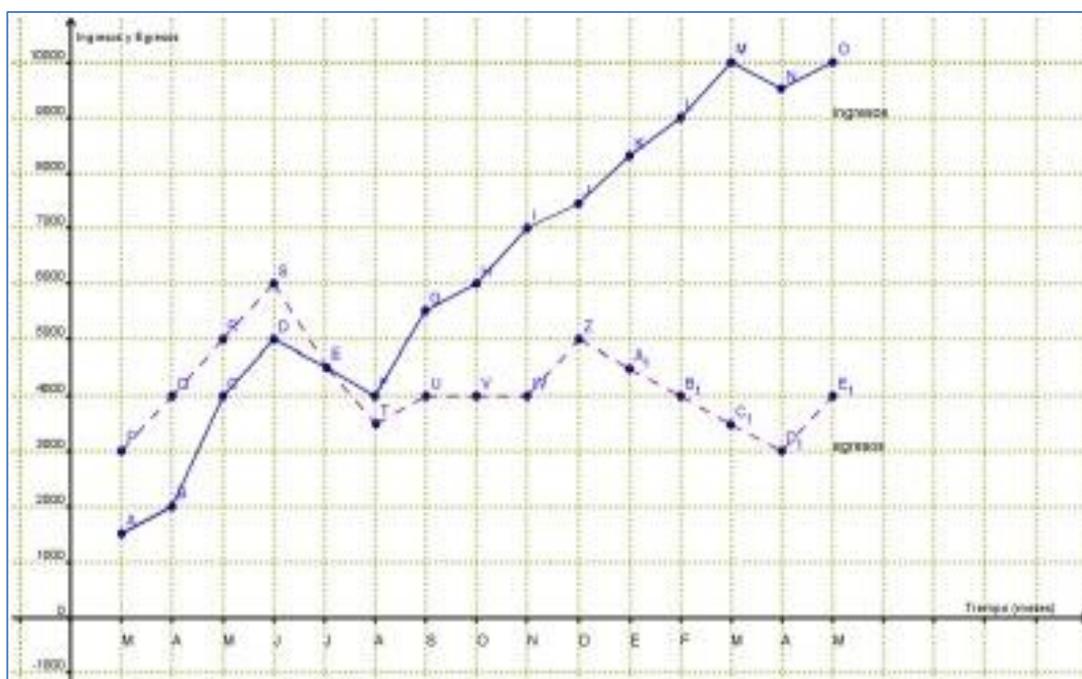
¿cuál la independiente?

c) ¿cuántas truchas había en el 2002?

- d) ¿cuándo hubo menos de 200 truchas?
- e) ¿en qué año hubo la mayor cantidad? ¿Cuántas eran?
- f) ¿cuántos años vivieron en el lago?
- g) ¿entre qué años aumentó más el número de truchas?
- h) ¿cuántas truchas nacieron?
- i) ¿en qué año se comienzan a enfermar?
- j) ¿en qué años murió la mayor cantidad de truchas?

6) Mariana ayuda en el negocio de comidas que sus padres abrieron hace muy poco tiempo. Entre otras cosas, se ocupa de graficar los ingresos y egresos de dinero, mes a mes. Interpreten el gráfico y respondan:

- a) ¿En qué mes del año iniciaron el negocio?
- b) ¿En qué períodos los ingresos crecieron? ¿En cuáles decrecieron?
- c) ¿Durante cuánto tiempo los egresos superaron a los ingresos?
- d) ¿En qué mes los ingresos y egresos fueron iguales?
- e) ¿En cuáles meses se produjo el gasto mínimo? ¿Cuánto fue éste?
- f) ¿En cuáles meses el ingreso fue de \$4000?
- g) ¿En qué mes se registró el gasto máximo? ¿De cuánto dinero fue?
- h) ¿Cuál es la diferencia máxima entre ingresos y egresos? ¿Y en qué mes se produjo?



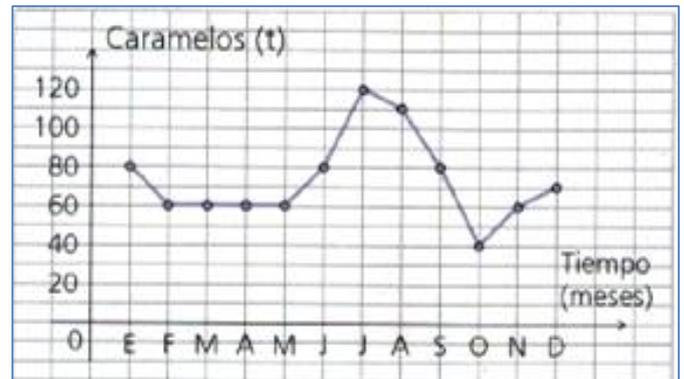
7) El siguiente gráfico muestra la producción en toneladas de una fábrica de caramelos a lo largo de todo un año.

a) ¿Cuál es la variable independiente y cuál es la dependiente?

b) ¿cuántos caramelos se produjeron al comenzar el año?

b) ¿En qué mes fue la máxima producción? ¿De cuánto fue dicha producción?

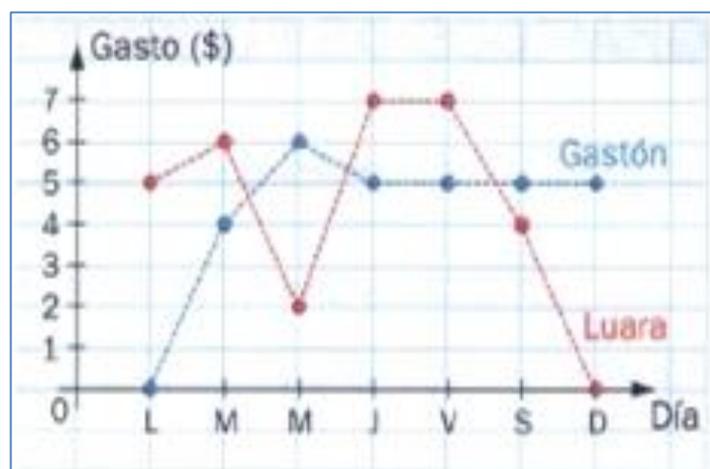
c) ¿En qué meses la producción fue de 80 toneladas?



8) Laura y Gastón representaron en un gráfico lo que gastaron en viáticos en una semana. Hicieron las líneas punteadas para ver mejor las variaciones. Completá las tablas con el gasto diario de cada uno:

Laura	
.....	.....
L	
M	
M	
J	
V	
S	
D	

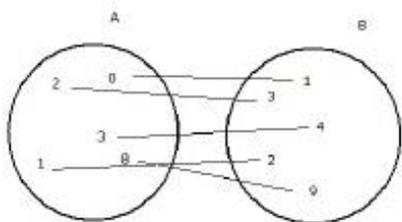
Gastón	
.....	.....
L	
M	
M	
J	
V	
S	
D	



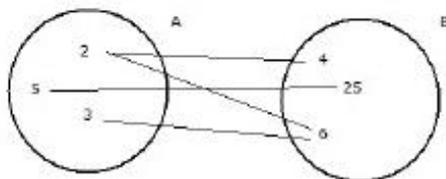
Todos estos gráficos estudiados corresponden a..... Una función es una relación que se establece entre dos conjuntos, tal que ..... valor del primer conjunto le hace corresponder ..... valor en el segundo conjunto.

Los valores del primer conjunto se denominan variable..... Mientras que los del segundo conjunto se denominan variable .....

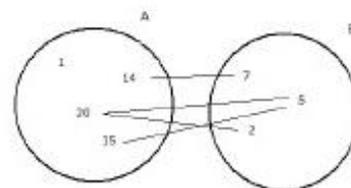
9) Los siguientes diagramas relacionan dos conjuntos A y B. en cada caso se establece una relación distinta. Marcá cuáles corresponden a una función de A en B y explicá por qué descartaste las otras.



Relación: "el anterior de"



Relación: "es divisor de"



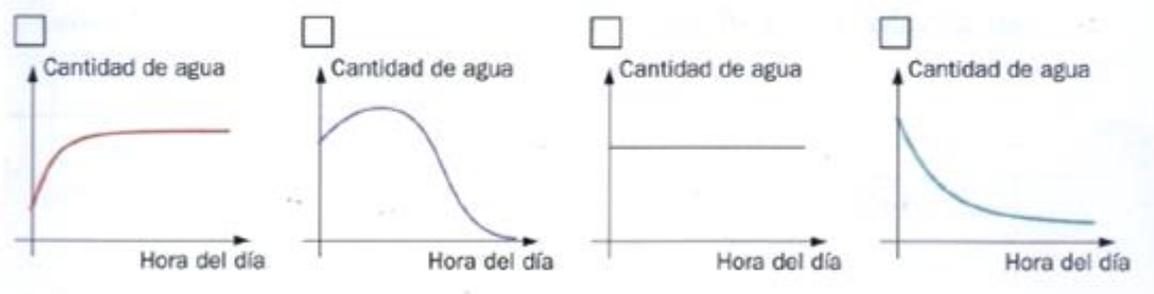
Relación: "es múltiplo de"

10) En un nuevo barrio se inauguraron las primeras 60 casas y luego, en los años siguientes, se inauguraron 20 casas anuales. Completá la tabla según corresponda:

Año	0	2	5		10	
Cantidad de casas				200		320

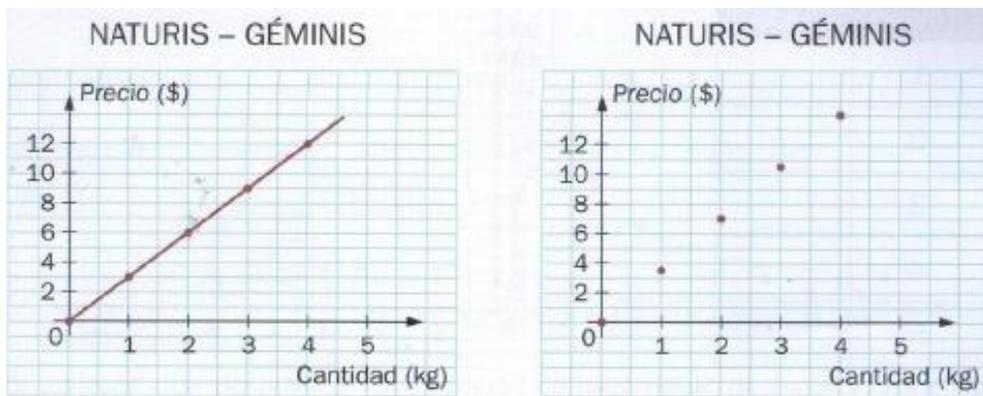
- ¿Cuáles son las variables que se relacionan?
- ¿Cuál es la variable dependiente?
- ¿Cuál es la independiente?
- ¿Cuál podría ser una fórmula que describa la situación planteada?
- Realizar un gráfico en hoja cuadrículada que represente el crecimiento del barrio en los primeros 8 años desde su inauguración.

11) En cada gráfico se representó el consumo de agua en una fábrica durante un día desde las 7 a.m. ¿qué situación podría representar cada uno?



- El consumo de agua es siempre el mismo
- El consumo aumenta durante la mañana y luego se estabiliza.
- El consumo es alto por la mañana y luego baja.
- El consumo es máximo cerca del mediodía y luego disminuye.

12) En la dietética Naturis venden lentejas envasadas en paquetes de 1kg; en cambio, en la dietética Géminis las venden sueltas. En cada uno de los gráficos se representó el precio de las lentejas.



- Redondeá el nombre de la dietética que corresponde a cada gráfico y explicá por qué lo elegiste.

Colocá V o F según corresponda:

- ✓ En Naturis el kg de lenteja vale \$3
- ✓ Si quiero comprar 5,5 kg de lentejas debo ir a la dietética Géminis
- ✓ En Géminis el precio de la lenteja es más barato que en Naturis

Estas dos funciones se diferencian en su gráfica; la primera corresponde a una función CONTINUA y la segunda a una función DISCRETA. Esta diferencia de gráficos se debe a que en la primera la variable  $x$  puede tomar cualquier valor y en el gráfico esto se evidencia en la línea continua que lo representa y en la segunda sólo toma valores enteros, por lo tanto su gráfico son puntos aislados.

## FUNCIONES DE PROPORCIONALIDAD DIRECTA E INVERSA. PORCENTAJE

Para empezar

En la balanza digital de una panadería se ve cómo cambia el importe a medida que se agrega o se quita pan del platillo.

Completen el cuadro según corresponda

Cantidad en Kg	2		6	1		8	10
Importe a pagar		18		4,5	22,5		

La balanza relaciona la cantidad que se pesa y el importe a pagar de manera que “internamente” multiplica el precio del kg de pan, por la cantidad (peso) de pan que se coloca en el platillo. Observen que cuando la cantidad de pan se duplica también lo hace su..... De la misma manera si la cantidad..... También disminuye su precio de manera .....

Dos magnitudes se relacionan de manera ..... si al aumentar o disminuir una de ellas, la otra aumenta o disminuye en la misma .....

13) Identificá si las siguientes magnitudes se relacionan o no de manera directamente proporcional:

- a) El importe a pagar y la cantidad de unidades que se compran de un determinado producto.

- b) La velocidad de un automóvil y el tiempo en que tarda en recorrer una determinada distancia.
- c) La edad de una persona y su altura.
- d) El valor de un boleto de colectivo y la distancia recorrida.
- e) El valor de un viaje en taxi y la distancia del trayecto.
- f) La cantidad de ingredientes que se necesita para una receta y la cantidad de porciones que saldrán.
- g) La longitud del lado de un cuadrado y su superficie.

**PROPIEDAD DE LAS MAGNITUDES DIRECTAMENTE PROPORCIONALES**

- Si se suman o restan, dos o más cantidades de una magnitud; le corresponde la suma o resta de las cantidades correspondientes a la otra magnitud.
- Si se multiplica o divide una magnitud por un factor; lo mismo ocurre con el valor de la magnitud que le corresponde.

14) Marcá con una cruz las tablas que corresponden a magnitudes directamente proporcionales:

x	y
1	4
3	7
6	10
10	14
15	19

x	y
1	0,8
4	3,3
5	4
8	6,4
9	7,2

x	y
2	3
5	7,5
8	12
11	16,5
16	24

x	y
2	3
3	4,5
6	9
10	15
20	30

Cuando dos magnitudes se relacionan de manera directamente proporcional, se da que el cociente o razón entre ambas siempre es un valor constante llamado..... y se simboliza con la letra K.

$$K = \frac{y}{x}$$

Encuentren la constante de proporcionalidad en las tablas del ejercicio anterior que correspondían a magnitudes directamente proporcionales.

15) Para las siguientes tablas, hallá primero la constante de proporcionalidad y luego completá los espacios en blanco:

x	y
1	
4	12
8	
10	
15	

K =

x	y
2	1
3	
5	
8	
10	

K =

x	y
2	
4	
6	
12	18
16	

K =

➤ Igualdad entre razones. Proporciones

Cuando dos magnitudes se relacionan de manera proporcional, representan una proporción entre ellas

Por ejemplo:

Si compro un CD pagaré \$35 y si compro 5 de esos mismos CD pagaré \$175.

Esto también se puede pensar como una proporción:

$$\frac{1}{35} = \frac{5}{175}$$

Como notarán estas fracciones son.....A cada fracción se la denomina ..... La igualdad de razones se denomina.....

Propiedad fundamental de las proporciones:

En toda proporción se verifica que.....  
 .....  
 .....

En el ejemplo anterior podemos comprobarlo fácilmente:

$$1 \times 175 = \dots\dots\dots$$

Así, a través del planteo de una proporción podremos averiguar el dato que nos falta cuando tenemos los otros tres:

Ejemplo:

Para realizar una torta se utilizan 3 huevos. ¿Cuántas tortas puedo hacer con 3 docenas de huevos?

Para 1 torta ..... 3 huevos

Para x tortas ..... 36 huevos (3 docenas)

Se plantea la proporción:

$$\frac{1}{3} = \frac{x}{36}$$

Y se resuelve así:.....  
.....  
.....

16) Realizá un planteo y respondé:

- a) La docena de CD cuesta \$18 ¿Cuánto se debe pagar por 5 de esos mismos CD?
- b) Para cubrir una pared de 12 m<sup>2</sup> se necesitan 150 azulejos ¿Cuántos de esos azulejos se necesitan para cubrir otra pared de 20 m<sup>2</sup>?
- c) Se necesitan 18g de levadura para preparar 540 g de masa para pizza, ¿cuánta levadura se necesita para hacer 1kg de masa?
- d) Un automóvil tarda 30 minutos en recorrer 48 km, ¿cuánto tarda en recorrer 120 km si no varía su velocidad?
- e) Para pintar 320 baldosas se necesitan 24 litros de pintura, ¿Cuántas baldosas se pintarán con 6 litros más de esa pintura?

17) En un negocio, 5 paquetes de café de 120g cuestan \$60. Si en ese negocio no se hacen ofertas por cantidad, ni por tamaño ¿Cuánto costarán 15 paquetes del mismo café de 360 g cada uno?

Analicen lo que hicieron los chicos para resolver el problema. ¿Están de acuerdo con cada uno? ¿Por qué?



18) Para confeccionar un mantel, Silvia va a comprar una tela en oferta que sale \$4 el metro? Completá la tabla y graficá lo que gastará Silvia en función de la cantidad de metros de tela que compre.



Cuando se trata de una función de proporcionalidad directa el gráfico que la representa siempre es una.....

19) A Brenda le regalaron \$5 para comprarse lo que quiera. Ella dice “cuanto más gaste menos vuelto me darán, asique las cantidades son inversamente proporcionales”. Completá la tabla y graficá la función correspondiente, ¿tiene razón Brenda?



Dos magnitudes son inversamente proporcionales

cuando.....  
.....  
.....

Su gráfica es una curva continua llamada.....

Pensá y escribí otros ejemplos de magnitudes inversamente proporcionales:

- 
- 
- 
- 
- 

20) En una distribuidora, reciben tambores de pintura y la envasan. Con un tambor, se llenan exactamente 40 latas de 12 litros de pintura cada una.

- a) Hallá la función de proporcionalidad
- b) ¿Cuántos litros de pintura tiene un tambor?
- c) ¿Cuántas latas de 8 litros se pueden llenar?
- d) Si se llenan 24 latas, ¿cuántos litros tiene cada una?
- e) ¿Se pueden llenar exactamente 18 latas con un tambor?

21) Una ferretería tiene 120 kg de clavos para envasar en cajas iguales. Existen diferentes tipos de cajas, según la cantidad de clavos que pueda contener. Completá la tabla que relaciona la capacidad de las cajas y la cantidad que se necesitarán.

Capacidad de la caja (Kg)	2				30	40	60
Cajas necesarias		16	15	12			2

Realizá un gráfico que describa la situación anterior y pégalo en este espacio.

22) Con el agua de un depósito se pueden llenar 630 botellas de  $\frac{3}{4}$  litros.

- a. ¿Cuántas botellas de un litro y medio se pueden llenar con la misma cantidad de agua?
- b. Si se utilizaron 1890 botellas para almacenar toda el agua, ¿de qué capacidad era cada botella?

➤ Caso particular de magnitudes directamente proporcionales: PORCENTAJE

Se hizo una encuesta en la escuela para saber qué red social utilizan con más frecuencia. Las opciones de respuestas eran las siguientes:

- Utiliza Facebook con más frecuencia
- Utiliza Twitter con más frecuencia
- Utiliza ambas con la misma frecuencia
- No utiliza redes sociales

De 600 alumnos encuestados las respuestas fueron las siguientes:

• Utiliza Facebook con más frecuencia	120
• Utiliza Twitter con más frecuencia	360
• Utiliza ambas con la misma frecuencia	90
• No utiliza redes sociales	30

Las partes que representan cada sector del gráfico se denominan.....

Y para calcularlos hicieron lo siguiente:

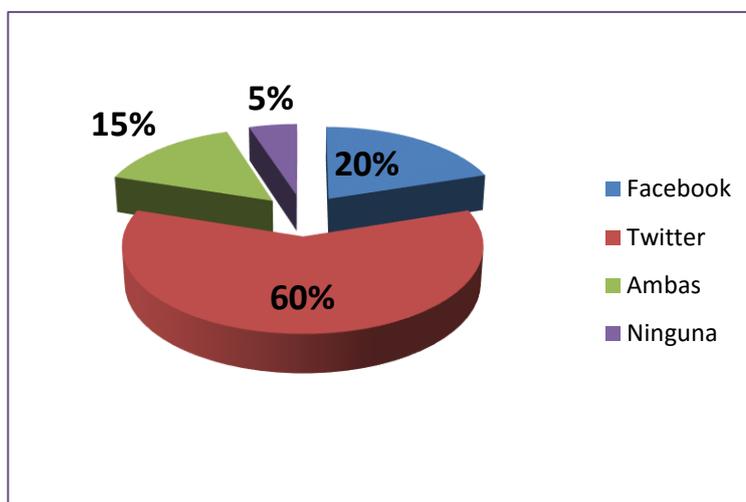
$$\frac{120}{600} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = 20\%$$

$$\frac{360}{600} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \dots \dots \dots$$

$$\frac{90}{600} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \dots \dots \dots$$

$$\frac{30}{600} = \frac{x}{100} \Rightarrow x = \dots \dots \dots$$

Los chicos de primer año decidieron volcar los resultados en un gráfico circular:



Un porcentaje es una porción de un total que se ha dividido en..... partes.  
Se simboliza con.....

Por ejemplo:

Si decimos que el 15% de los alumnos utiliza ambas redes sociales significa que 15 de cada 100 alumnos lo hacen.

20) Completen las siguientes frases referidas a porcentajes:

Como porcentaje	Significa
El ..... de los paquetes viene con fallas.	Dos de cada 100 paquetes de galletitas tienen fallas
El 90% de las personas ama el chocolate.	..... de cada 100 personas ama el chocolate.
El 25 % de los trenes del país está en malas condiciones	..... de cada 100 trenes está en malas condiciones.

23) Responder

- ¿Qué parte del total representan el 50%, el 25% y el 75%?
- Calcular el 50% de 420
- 20 personas representan el 25% del total de las presentes en una fiesta ¿Cuántas personas hay en total?
- El 75% de los 500 estudiantes de la facultad de medicina tiene dificultades con la materia anatomía ¿Cuántos estudiantes tienen dificultad con esta materia?

24) María tiene una bolsa con pelotitas de goma. Uní con flechas las expresiones que tengan el mismo significado:

- |   |                     |
|---|---------------------|
| a) Dos de cada cinco pelotitas son rojas      | el 75 % son rojas   |
| b) La cuarta parte de las pelotitas son rojas | el 40 % son rojas   |
| c) $\frac{3}{8}$ de las pelotitas son rojas   | el 37,5 % son rojas |
| d) Todas las pelotitas son rojas              | el 25 % son rojas   |
| e) Una de cada cuatro pelotitas son rojas     | el 100 % son rojas  |
| f) $\frac{3}{4}$ de las pelotitas son rojas   |                     |

25) Unir cada porcentaje con la fracción irreducible que lo representa:

5 %		25 %		$\frac{3}{4}$
18 %	90 %	40 %	$\frac{2}{25}$	$\frac{1}{2}$
50 %	8 %	75 %	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{20}$
			$\frac{9}{50}$	$\frac{1}{4}$
				$\frac{9}{10}$
				$\frac{2}{5}$

26) Completar el cuadro según corresponda:

Expresión	Porcentaje	Significa	Fracción	Expresión decimal	Se lee
El 55 % de la población son mujeres	55 %	De cada 100 habitantes 55 son mujeres	$\frac{55}{100}$	0.55	Cincuenta y cinco por ciento
Rebajas del 30 %		De cada 100 pesos de compra nos descuentan 30 pesos.			
		40 de cada 100 alumnos aprueban matemática			
	15 %				Quince por ciento

Ya conocemos lo que significa un porcentaje. Además como vimos en el ejercicio anterior, pueden calcularse porcentajes aún si el total no sea exactamente de 100 unidades. Mirá cómo hacen Paula y Julieta para calcular el 45% de 700:

*El total que en este caso es 700 representa el 100%, por lo tanto el 10% que es la décima parte del total será la décima parte de 700 o sea 70.*

*Entonces si el 10% de 700 es 70*

*El 20% es 140, el 30% es 210 y el 40% es 280*

*Entonces pienso el 45% como el 40% + 5%. Me falta calcular el 5% que lo hago muy fácil calculando la mitad del 10% que en este caso será de 35.*

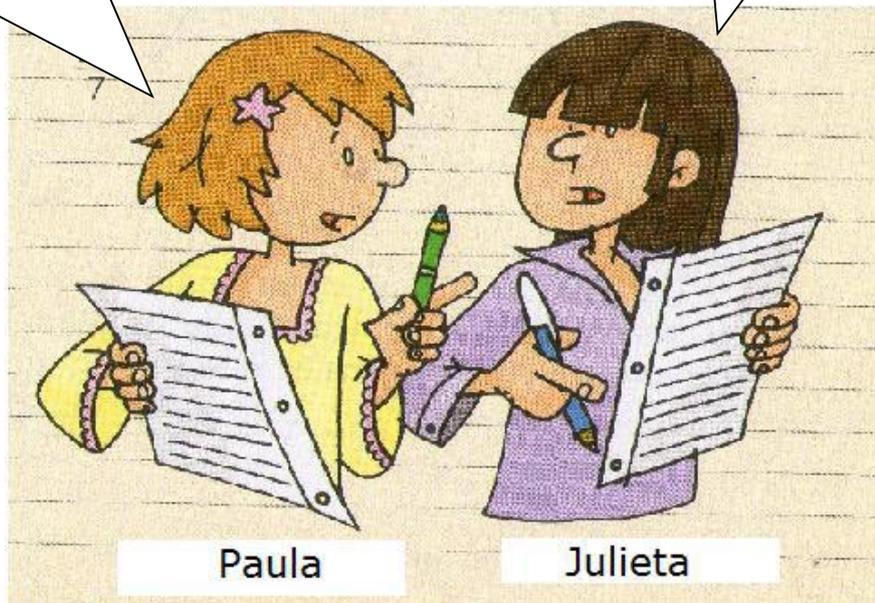
*Yo lo pensé así: si 700 es el 100% ¿Cuánto es el 45%? A partir de eso planteo la siguiente proporción:*

$$\frac{700}{100} = \frac{x}{45}$$

*Si la resuelvo*

$$x = 315$$

*Entonces el 45% de 700 es 315*



27) A partir de cualquiera de los dos métodos calculá los siguientes porcentajes:

- a) El 35% de 400
- b) El 28% de 340
- c) El 12,5% de 430
- d) Qué porcentaje representa 30 mujeres de 480
- e) Qué porcentaje representan los 25 alumnos de los 300 totales
- f) Qué porcentaje representan Argentina, Brasil y Alemania de los 32 países que participaron del mundial

28) Martina tiene 10 caramelos, de los cuales 4 son de limón y dice que el 40 % de sus caramelos son de limón. Diana tiene 16 caramelos de los cuales 4 son de frutilla y dice que el 25 % de sus caramelos es de frutilla, ¿es correcto lo que afirma cada una? ¿Por qué?

29) En el aula del colegio son 25 alumnos de los cuales 17 son mujeres, ¿qué porcentaje representan los varones?

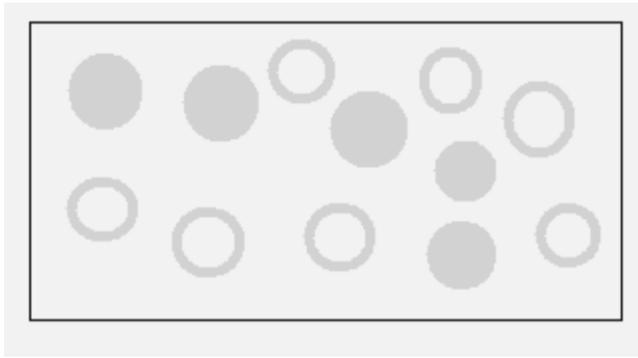
30) Completá según corresponda:



El.....son varones.



El.....de la figura está sombreada.



El .....de los círculos está sin pintar.

### Aumentos y disminuciones porcentuales

31) Marina fue a la bicicletería a averiguar unos precios. Le dijeron que por pago al contado se le descuenta un 10 % sobre el precio total. Si la bici que ella quiere sale \$ 250. ¿Cuánto pagará si la abona al contado?

32) Laura fue a una tienda de ropa y compró:

- ✓ 3 jeans de \$330 cada uno
- ✓ 4 remeras de \$110 cada una
- ✓ 2 pares de zapatillas de \$625 cada uno

Al momento de pagar, la cajera le dijo que tenía un 5% de descuento en el precio total de los jeans, un 7% de descuento en el precio total de las remeras y un 9% de descuento en el precio de las zapatillas. ¿Cuánto pagó en total?

33) Mi papá fue a cargar nafta y llevó \$100. Hasta ayer el litro de nafta salía \$4 y a partir de hoy aumentó un 25% ¿cuántos litros de nafta pudo cargar hoy mi papá con el dinero que llevó, si necesitaba que le sobren \$10 para ir al almacén?

34) Lucas fue al supermercado y compró una computadora que salía \$3000. El supermercado hacía un descuento del 18%. Lucas decide pagar con su tarjeta y la cajera le informa que se le iba a aumentar un 6%. ¿Cuánto termina pagando la computadora si primero le hacen el descuento y luego el aumento?

35) Compré una bufanda y la pague \$13. Si ya me habían hecho el 20 % de descuento a la hora de pagar, ¿cuánto salía la bufanda sin el descuento?

36) Completar los carteles según corresponda:

<b>ANTES</b>  ..... <b>Ahora con el 20 % de descuento!!</b> <b>\$ 35</b>
--

<b>ANTES</b>  <b>\$ 640</b> <b>Ahora con el 35 % de descuento!!</b> <b>\$ .....</b>
---

37) En algunos comercios se aumenta el 15 % por pago con tarjeta de crédito. Si compramos un artículo de \$60. ¿Cuánto lo pagaremos en estos comercios?

38) Los árboles del parque “El recreo” crecieron sostenidamente durante varias décadas. Se han registrado los siguientes avances:

- ✓ Desde el año 1970 al año 1980 han aumentado un 28%
- ✓ Desde el año 1980 al año 1990 han aumentado un 40%
- ✓ Desde el año 1990 al año 2000 han aumentado un 15

Si la cantidad de árboles al comienzo de 1970 era de 15.000 unidades. ¿Cuántos árboles hay actualmente en el parque?

39) Una moto que el año pasado valía \$8.900 ha aumentado su precio. Si ahora sale \$12.500, ¿qué porcentaje aumentó?

40) Al comenzar las clases había en el colegio 1580 sillas. Al llegar las vacaciones sólo quedaron utilizables el 85%. ¿Cuántas sillas se rompieron?

41) Jimena quiere comprarse un minicomponente que cuesta \$550. Como quiere pagarlo en 12 cuotas, la empresa le recarga el 8 %. ¿Cuál es el importe de minicomponente con el recargo? ¿Y el de cada cuota?

42) Rodolfo compró una heladera que sale \$6000. Como la paga con tarjeta de crédito la empresa le recarga un determinado porcentaje y la termina pagando \$6900. ¿Cuál es el porcentaje de aumento?

43) si al número 350 le saco su diez porciento y a lo que queda le agrego nuevamente su diez porciento. ¿Será lo mismo que quitarle directamente el 20 porciento? Explicá tu razonamiento.





## EJE TEMÁTICO

*Estadística y Probabilidad*



➤ **Recolección y organización de datos**

---

Para empezar

Los alumnos de una escuela están organizando un viaje de estudios. Para resolver adónde ir con el dinero que habían recaudado durante meses, hicieron una encuesta y decidieron de acuerdo al gusto de la mayoría.

Se armó una tabla con los destinos preferidos y los transportes posibles, y cada chico anotó dos palitos: uno en el lugar elegido y otro, en el transporte.

Este fue el resultado:

Destinos	Lagos del sur	
	Sierras Cuyanas	
	Sitios históricos	
	Costa atlántica	
Transporte	Viajar en micro	
	Viajar en avión	

- a) ¿Adónde decidieron viajar? ¿Con qué medio de transporte?
- b) ¿Cuántos alumnos hay en ese curso?

En el ejemplo anterior se hizo uso de la **Estadística**. Esta se ocupa de la recolección, organización y análisis de datos para obtener determinada información. Los datos se recolectan, a veces, a través de una **encuesta** y se organizaron en **tabla** y **gráficos**.

Se denomina **población** al conjunto de individuos (personas, animales, plantas, etc.) que se pretende estudiar estadísticamente. Cuando es difícil estudiar toda la población, se selecciona una parte de ella denominada **muestra**. La muestra debe ser **representativa**, es decir, debe elegirse de manera tal que el estudio estadístico arroje resultados muy próximos a los que se obtendrían con toda la población.

Cada una de las características que se analizan de una población se denomina **variable estadística**. Los **valores** de una variable son sus posibles resultados

Las variables pueden ser **cualitativas** (opinión, color preferido, lugar de veraneo, etc) o **cuantitativas** (peso de una persona, estatura, cantidad de hijos, etc.)

➤ Tabla de frecuencias

- ✓ La **frecuencia absoluta (f)** es la cantidad de veces que aparece un dato. El total de esa columna tiene que ser igual a la cantidad de encuestados.
- ✓ La **frecuencia relativa (fr)** es el cociente entre la frecuencia absoluta (f) y la cantidad total de datos. El total de esa columna siempre tiene que dar 1.
- ✓ La **frecuencia porcentual (f%)** es la frecuencia relativa multiplicada por 100, o sea, expresada como porcentaje.

Transporte	Frecuencia (f)	Frecuencia relativa (fr)	Frecuencia porcentual (f%)
En micro	22	$22 : 40 = 0,55$	55%
En avión	18	$18 : 40 = 0,45$	45%
<b>Total</b>	<b>40</b>	<b>1</b>	<b>100%</b>

Seguimos con nuestro ejemplo: utilizando los datos de la encuesta para el viaje completá la tabla de frecuencias correspondiente a los destinos:

Destinos	Frecuencia (f)	Frecuencia relativa (fr)	Frecuencia porcentual (f%)
Lagos del sur			
Sierras cuyanas			
Sitios históricos			
Costa atlántica			
<b>Total</b>			

Responder:

- a) ¿Con qué valor coincide el total de las frecuencias absolutas?
- b) ¿Cuál de las opciones obtuvo el mayor porcentaje de votos?
- c) De los encuestados, menos del 20% prefiere viajar a.....  
 En cambio, los que votaron por recorrer las sierras cuyanas y.....  
 Son más del 60%

## TRABAJO PRÁCTICO N° 1

### Población. Muestra. Variables. Tablas

- 1) Indicar si la muestra elegida es adecuada o no para cada población. Colocar **SÍ** o **NO**.
- a) Para conocer la temperatura promedio del país en un determinado día, se considera la temperatura de las capitales de todas las provincias.
  - b) Para conocer los sueldos mensuales promedio de los empleados de una empresa, se consideran los sueldos de los gerentes de la empresa.
  - c) Para conocer la altura promedio de los deportistas de un club, se considera a todos los deportistas que practican básquet en el club.
  - d) Para conocer la cantidad promedio de personas que concurren a una obra teatral durante la temporada, se considera la cantidad de personas que asisten a una función cada día de la semana.
  - e) Para conocer el color más elegido de un automóvil, se consideran los colores de todos los autos que pasan en una hora por una esquina.

- 2) Clasificar cada una de las siguientes variables

Variable	Cualitativa	Cuantitativa
La edad de los empleados de una empresa		
Cantidad de hijos de las familias de cierto barrio		
Buscador de internet que utilizan los alumnos de una escuela.		
Modelo de automóvil más vendido el último año.		
Peso de cada jugador de un equipo de fútbol.		
Película más vista durante las vacaciones de invierno.		
Clase de alfajores vendidos		
Número de integrantes de cada familia.		
Raza preferida de perros.		

- 3) Una empresa de programación de juegos para computadora quiere crear un nuevo producto. Para ello, realiza una encuesta entre los usuarios, de entre 12 y 20 años, registrados en su sitio web para saber qué tipo de juegos prefieren.

Entre las opciones están los juegos de acción, de estrategia, de cartas, de búsqueda y de carreras.

La encuesta fue respondida por 125 chicos de entre 12 y 14 años, 132 chicos de entre 15 y 17 años y 93 chicos de entre 18 y 20 años.

Responder: a) ¿Cuál es la población a la que estará destinado el juego?

¿Cuál es la muestra?

b) ¿Cuál es la variable? ¿De qué tipo es?

4) Se realizó una encuesta a 50 personas sobre su estado civil: Soltero (S), Casado (C), Divorciado (D) y Viudo (V). Las respuestas fueron:

S-S-D-S-C-D-C-V-S-D-S-C-D-D-C-C-C-C-S-C-D-C-S-S-V-  
S-S-D-S-C-S-C-S-C-C-C-V-C-C-C-S-C-D-C-C-S-S-V-S-S

Confeccionar la tabla de frecuencias. Indicar tipo de variable. Extraer conclusiones.

5) Completar las siguientes tablas

Color	f	fr	f%
rojo	16		
azul	10		
amarillo	14		
Total			

Participante	f	fr	F%
Mujeres	260		
Varones		0,46	
Total	480		

6) Se consultó a 25 personas sobre el transporte que utilizan para llegar al trabajo.

P (a pie), C (colectivo), B (bicicleta), A (automóvil). Las respuestas fueron.

P-B-B-A-C-C-A-B-A-P-C-A-B-A-C-P-A-C-B-A-C-C-A-B-P

Confeccionar la tabla de frecuencias. Indicar tipo de variable. Extraer conclusiones.

7) La frecuencia relativa de los chicos de un grado que no usan anteojos es  $\frac{17}{20}$ , y hay 6 chicos que sí los usan. Calcular:

a) ¿Cuántos chicos hay en el grado?

b) ¿Qué porcentaje usa anteojos?

## ➤ Gráficos Estadísticos

Los **gráficos** muestran en forma clara y rápida los datos obtenidos en un relevamiento y organizados en las tablas de frecuencias.

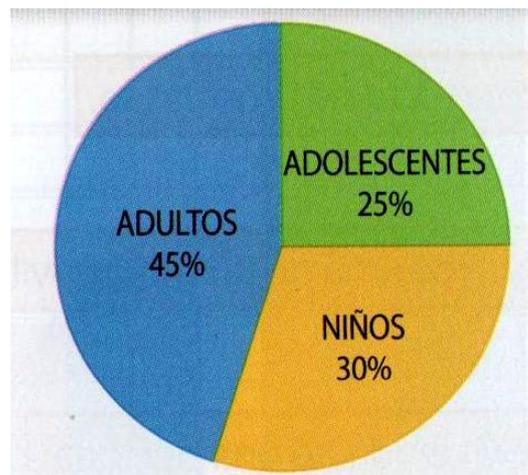
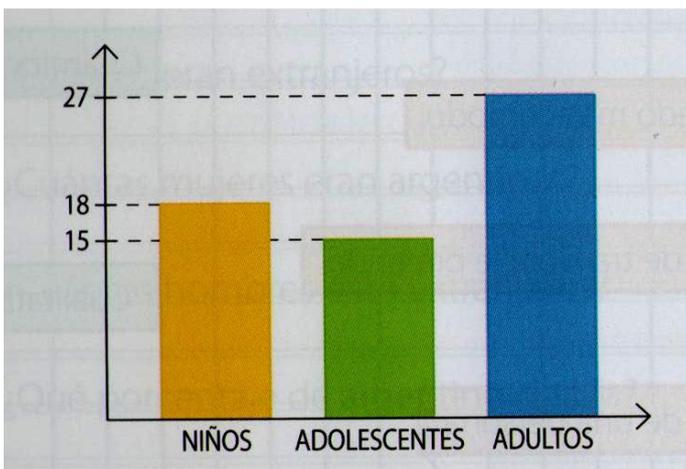
Los **gráficos de barras** son rectángulos de igual base dispuestos en un eje cartesiano, en el que en el eje de abscisas se indica la variable y en el eje de ordenadas, la frecuencia absoluta.

Los **gráficos circulares** o **gráficos de torta** son círculos divididos en sectores que muestran la frecuencia porcentual.

Para determinar el ángulo correspondiente a cada sector, debo hacer:

$$\text{Ángulo} = fr \cdot 360^\circ$$

Los siguientes gráficos informan sobre la cantidad de personas que asisten a una fiesta según su edad.

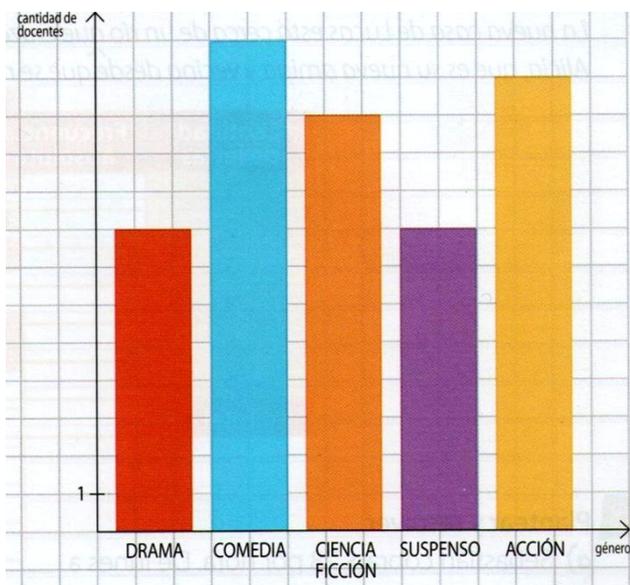


- Reconstruir la tabla de frecuencias a partir de los gráficos.
- Calcular la amplitud del ángulo que corresponde a cada sector.
- ¿Cuál es la variable? Clasificarla.
- ¿Cuál es el tamaño de la muestra?

## TRABAJO PRÁCTICO N° 2

### Tablas y gráficos. Análisis

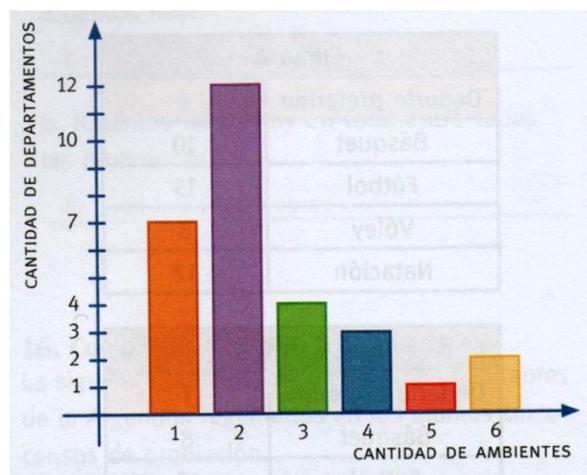
- 1) Realizar los gráficos de barras y de torta de los ejercicios 4), 5) y 6) del Trabajo práctico N° 1.
- 2) Se realizó una encuesta para conocer el género de películas preferido de los docentes de una escuela. Observar el gráfico y responder:



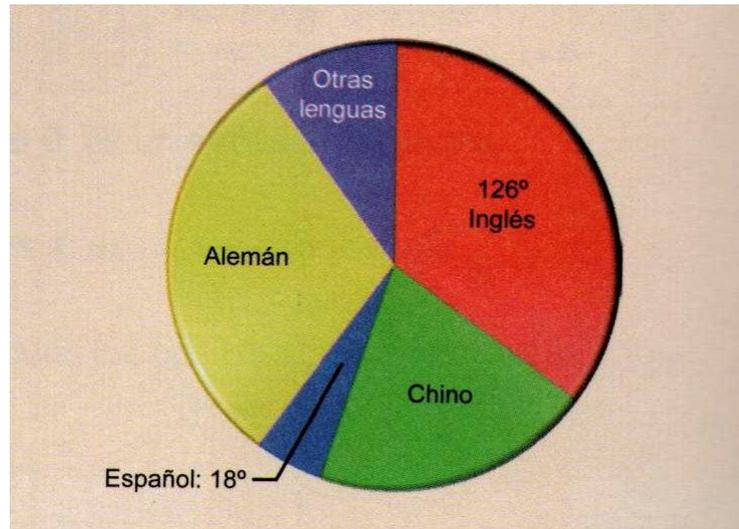
- a) ¿Cuántos docentes hay en la escuela?
- b) ¿Cuántos prefieren las películas de acción?
- c) ¿Cuántos prefieren las comedias?
- d) ¿Cuántos no prefieren el drama?
- e) ¿Cuál es el género más elegido?
- f) ¿Qué género eligieron 11 docentes?
- g) Volcar la información a un gráfico de torta.

- 3) El gráfico muestra la cantidad de publicaciones de viviendas (en venta) según la cantidad de ambientes, de una página de anuncios clasificados.

- a) Realizar la tabla de frecuencias a partir de la información del gráfico.
- b) ¿Cuántos departamentos se publicaron en total?
- c) ¿Qué porcentaje de los departamentos es de tres ambientes?
- d) ¿Qué porcentaje de los departamentos tiene como mínimo tres ambientes?
- e) ¿Cuántos departamentos tienen como mínimo cuatro ambientes?
- f) ¿Cuántos departamentos tienen como máximo dos ambientes?



4) El gráfico representa la distribución de alumnos que hay en las carreras de traductorado de distintos idiomas.



a) Completá la tabla de frecuencias

Idioma	f	fr	f%	Ángulo
inglés				
chino		20%		
español				
alemán		30%		
otras				
Total	700			

- b) ¿El mayor porcentaje corresponde a la carrera de inglés? ¿Cómo te das cuenta?
- c) ¿Cuántos alumnos más cursan la carrera de traductorado de inglés que de chino?
- d) ¿Qué porcentaje estudia el traductorado de otras lenguas?
- e) ¿Cuántos alumnos cursan la carrera de traductorado de español? ¿Y de alemán?

## ➤ PROMEDIO, MODA Y MEDIANA

Para empezar

La preceptora de primer año debe completar una planilla con las notas de algunos alumnos. ¿Puedes ayudarla a calcular el promedio de cada uno?

	Matemática	Lengua	Arte	C. Sociales	C. Naturales	Promedio
Soler	7	5	6	7	8	
Cruz	7	7	9	7	7	
López	6	7	9	7	5	
González	8	8	8	10	7	
Ibáñez	5	7	8	6	8	
Pérez	6	9	8	4	6	
Torres	5	8	6	8	4	

Ahora completa la tabla de frecuencias de las calificaciones obtenidas.

Nota	4	5	6	7	8	9	10
Frecuencia absoluta							

Por último, ordena todas las calificaciones de menor a mayor; (ya sabes las veces que se repite cada una) y colocar la posición que ocupa dentro del ordenamiento.

$$\underbrace{5}_1 - \underbrace{5}_2 - \underbrace{6}_3 - \underbrace{6}_4 - \underbrace{6}_5 - \underbrace{6}_6 - \underbrace{6}_7$$

Responder: a) ¿Cuál es el mayor promedio? ¿A qué alumno/s le corresponde?

b) ¿Qué calificación es la más veces se repite?

c) ¿Cuántas notas hay en total?

d) ¿Cuál es el valor que queda en el centro del ordenamiento?

e) ¿Qué posición ocupa?

El **promedio** o **media aritmética**, es el cociente entre la suma de todos los valores registrados y la cantidad de registros sumados. Indica un valor “intermedio” representativo de todos los datos. Se simboliza:  $\bar{x}$

Por ejemplo, el promedio de las notas de González:

$$\bar{x} = \frac{8 + 8 + 8 + 6 + 7}{5} = 7,4$$

La **moda** es el valor que se registra más veces, es decir el de mayor frecuencia absoluta y puede no ser única, pero, siempre es uno de los valores registrados. Se simboliza: **Mo**

En nuestro caso, la nota que tiene mayor frecuencia es el “7”, porque se repite.....veces. Entonces: **Mo = 7**

La **mediana** es el valor que ocupa la posición central cuando todos los datos están ordenados de menor a mayor. Se simboliza: **Me**

- ✓ Si el número de datos es impar, se toma la posición central, dejando a derecha e izquierda la misma cantidad de datos.
- ✓ Si el número de datos es par, se calcular el promedio de los dos datos centrales.

En nuestro caso, **Me=7**, porque es el valor que ocupa la posición.....de un total de.....registros.

### TRABAJO PRÁCTICO N° 3

#### Promedio, moda y mediana.

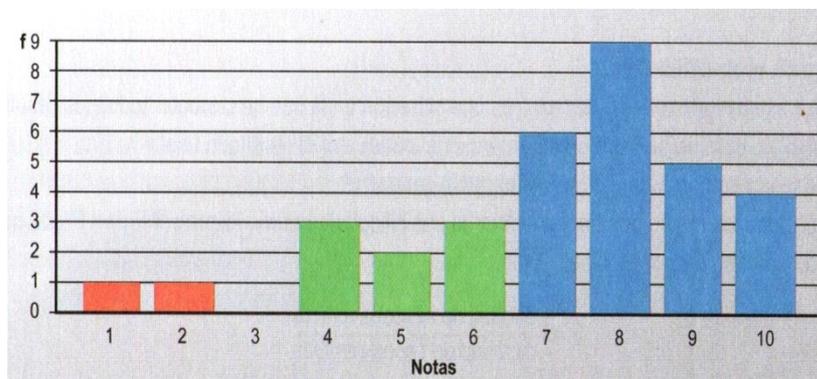
1) La tabla muestra la recaudación de una semana en la librería de Juan.

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
\$ 3.400	\$ 3.400	\$ 5.160	\$ 6.200	\$ 7.800	\$ 8.600	\$ 9.400

- ¿Cuál fue la recaudación diaria promedio de esa semana? Obtener la moda y la mediana.
- ¿Hay alguna variación en el promedio, la moda o la mediana si la recaudación del sábado es de \$ 7.610 y la del domingo, \$ 7.800? ¿Cuál o cuáles?

2) El gráfico de barras representa la frecuencia de las notas obtenidas por un curso en su última evaluación.

- ¿Cuántos alumnos fueron evaluados?
- ¿Cuál es la nota promedio del curso?
- Obtener la moda y la mediana.



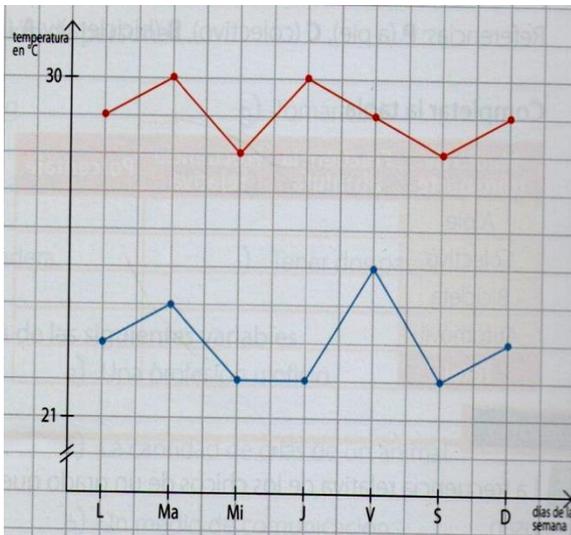
3) El siguiente listado corresponde a las notas de un curso:

1-1-2-4-4-4-4-4-5-5-6-6-6-6-6-7-7-7-7-7-7-7-7-7-7-7. Además, 4 alumnos se sacaron 8, 2 obtuvieron 9 y hay 3 con 10.

- ¿Cuántos alumnos hay en ese curso?
- Representar la situación en un gráfico de barras.
- Indicar la moda y la mediana del curso.
- Calcular  $\bar{x}$
- ¿Cuál de las dos medidas es más representativa: el promedio o la moda? ¿Por qué?

4) Ariel tiene estas calificaciones: dos 6, un 5 y un 8. ¿Qué nota tiene que sacarse para llegar al 7 de promedio? Considera un promedio exacto, que no se redondea.

- 5) Magalí tiene un promedio de 7 en matemática con cinco notas. La mediana de sus notas es 8, la moda es 9 y en una evaluación sacó 4. ¿Cuál es la quinta nota?
- 6) El gráfico muestra las temperaturas máximas y mínimas de una ciudad en una semana.



- a) Calcular el promedio de las temperaturas:
- Máximas:
  - Mínimas:
- b) Hallar la moda de las temperaturas:
- Máximas:
  - Mínimas:
- c) Hallar la mediana de las temperaturas:
- Máximas:
  - Mínimas:

Completar la tabla con el promedio de la temperatura de cada día.

Día	L	M	Mi	J	V	S	D
Promedio de temperatura							

- 7) Estos son los registros de lo que pesan (en kg) los integrantes de un equipo de fútbol:

92-83-73-100-91-85-81-69-77-72-90

- ¿Es cierto que la mitad del equipo pesa más de 83 kg?
  - En ese listado falta el peso del arquero suplente. Se sabe que si se agregara este dato, se podría decir que la mitad de los miembros del equipo pesa más de 84 kg. ¿Cuál podría ser el peso de este jugador? ¿Es el único posible? Justificar.
- 8) La nota más alta que obtuvieron los alumnos de un curso fue 8 y la más baja fue 4. ¿Es posible que la nota promedio del curso sea 9? ¿Por qué?

Para empezar

Julián tiene en su cajón 15 pares de medias blancas, 4 pares de medias azules y 1 par negro. Por la mañana, algo dormido, saca un par sin mirar y se lo pone. Cuando se sienta a desayunar, para su sorpresa, ve que tiene puestas las medias negras.

- a) ¿Por qué piensas que Julián se sorprendió?
- b) ¿De qué color esperaba que fuesen las medias?

Un **experimento aleatorio** es un proceso que se puede observar, que puede repetirse y en el que se conocen todos los resultados posibles, pero no se sabe de antemano cuál puede ser el resultado final, ya que depende del azar.

Por ejemplo: cuando tiramos un dado de seis caras, se conocen todos los resultados posibles, puede salir el 1, 2, 3, 4, 5, o 6; pero no sabemos qué número saldrá.

Este conjunto de posibles resultados se denomina **espacio muestral**.

Se denomina **suceso**, al conjunto de todos los resultados favorables de dicho espacio muestral.

En nuestro ejemplo:

- El experimento aleatorio: tirar un dado de seis caras.
- El espacio muestral:  $E = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  (casos posibles)
- Un suceso: “que salga número par”, por lo tanto el  $S = \{2, 4, 6\}$  (casos favorables)

Cuando todos los resultados tienen la misma posibilidad de ocurrir, la **PROBABILIDAD (P)** de que se produzca alguno se calcula así:

$$P = \frac{\text{cantidad de casos favorables}}{\text{cantidad de casos posibles}}$$

Siguiendo con nuestro ejemplo; la probabilidad de que salga un número par al arrojar un dado de seis caras, sería:

$$P = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 0,5$$

Se llama *suceso imposible*, si nunca puede ocurrir. Por ejemplo: "tirar el dado y que salga un número mayor que 8". En este caso la probabilidad es  $P = 0$

Se llama *suceso seguro*, si siempre puede ocurrir. Por ejemplo: "tirar el dado y que salga un número menor a 7". En este caso la probabilidad es  $P = 1$

La probabilidad, siempre, es mayor o igual a cero y menor o igual a uno

$$0 \leq P \leq 1$$

La probabilidad, también se puede expresar como porcentaje, basta multiplicar por 100 al resultado del cociente. En nuestro ejemplo:

$$P = \frac{3}{6} = 0,5 = 50\%$$

Es decir, existe el 50% de probabilidad de que salga un número par al arrojar un dado de seis caras.

## TRABAJO PRÁCTICO N° 4

### Experimentos aleatorios. Probabilidad simple.

1) Indicar, con una cruz, cuáles de los siguientes experimentos son aleatorios:

- a) Tirar una moneda
- b) Tirar dos dados.
- c) El día que será mañana, si hoy es lunes.
- d) La temperatura máxima del próximo 1º de enero.
- e) El número que saldrá en la lotería el próximo sorteo.
- f) La edad que tendrá una persona el año que viene, si hoy tiene 30 años.
- g) El color del próximo auto que pase por la puerta del edificio.
- h) Saber de qué palo será una carta que se saque de un mazo mezclado.

2) Escribir el espacio muestral de cada suceso

- a) El resultado de arrojar una moneda.
- b) El número de una carta que se saca de un mazo de 40.
- c) El signo del zodiaco de una persona elegida al azar.
- d) El valor de un billete que se saque de una billetera sin mirar.
- e) La terminación de la patente del próximo auto que pase.
- f) El color del número que salga en un tiro de ruleta.

3) Relacionar con una flecha cada suceso de la primera columna con el espacio muestral que le corresponde de la segunda columna.

- |  |  |
|--|--|
| 1) Tirar un dado                                   | a) Cara, ceca; cara, cara; ceca, ceca; ceca, cara. |
| 2) Lanzar una moneda                               | b) Cara, ceca                                      |
| 3) Lanzar dos monedas                              | c) Convertir gol; no convertir gol                 |
| 4) Tirar un penal en un partido de fútbol          | d) 1, 2, 3, 4, 5, 6                                |
| 5) Jugar un partido de fútbol                      | e) 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12              |
| 6) Sacar un palo de una baraja de cartas españolas | f) Bastos, oros, copas, espadas                    |
| 7) Tirar dos dados y sumar los puntos obtenidos.   | g) Ganar, empatar, perder                          |

4) Se arrojan dos dados comunes de seis caras, uno rojo y otro verde. Completar el cuadro con las posibles sumas de las caras superiores de ambos dados. Responder:

Dado rojo	Dado verde	Suman
1	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
2	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
3	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	

Dado rojo	Dado verde	Suman
4	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
5	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
6	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	

- ¿Qué cantidad de datos tiene este espacio muestral?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que los dados sumen 8?
  - ¿La probabilidad de que la suma sea un número par es mayor, menor o igual a que sea un impar?
  - ¿Qué es más probable: que ambos dados sumen más de 8 o menos de 4?
  - ¿Cuál es la probabilidad de que la suma sea 14?
  - Sol dice que es tan probable que los números de los dados sumen 7 como que sumen 10. ¿Tiene razón? ¿Por qué?
- 5) Un mazo de 50 cartas españolas tiene 12 cartas de cada palo y dos comodines. Al levantar una carta del mazo al azar, ¿cuál es la probabilidad de que sea.....
- .....un 5?
  - .....un 15?
  - .....un número de cualquier palo o un comodín?
  - .....un 5 de oros?
  - .....una figura (sota, caballo o rey) de cualquier palo?

f) .....un número mayor que 8?

6) En la ruleta, los números van del 0 al 36 inclusive (el cero está pintado de color verde y del resto de los números, la mitad son rojos y la mitad, negros). Calcular la probabilidad de que al arrojar una bola resulte alguno de los siguientes sucesos.

- a) Un número par
- b) Un número de color rojo
- c) Un número menor que 22
- d) Un múltiplo de 5
- e) Un número mayor que 40
- f) Un número menor o igual que 36

7) En la siguiente tabla, se clasifican los sucesos según su probabilidad

Imposible	Poco probable	Probable	Muy Probable	Seguro
$P = 0$	$0 < P \leq 0,35$	$0,35 < P \leq 0,75$	$0,75 < P \leq 1$	$P = 1$

Clasificar los siguientes sucesos:

- a) Que salga un cinco o un seis al arrojar un dado.
- b) No sacar un comodín de un mazo de 50 cartas españolas.
- c) Que una persona elegida al azar mida menos de 4m.
- d) Acertar el color del número en un tiro de ruleta.
- e) Sacar una figura de un mazo de 40 cartas españolas.
- f) Elegir un mes del año y que tenga 32 días.

8) Piensen un número del 1 al 20. ¿Qué es más probable?:

- a) ¿Que sea par, o múltiplo de 3?
- b) ¿Que sea menor que 7, o múltiplo de 6?
- c) ¿Que sea múltiplo de 5, o menor que 4?
- d) ¿Que sea impar, o múltiplo de 2?
- e) ¿Que sea menor que 10, o que sea mayor que 10?

